

التمرين الأول (06نقاط)

اختر الاقتراح الصحيح كل سؤال:

الرقم	السؤال	الاقتراح الأول	الاقتراح الثاني	الاقتراح الثالث
01	(u_n) متتالية معرفة على N هي هندسية	$u_n = -2n + 5$	$u_0 = 2$ و $u_{n+1} = -5u_n$	$u_0 = 2$ و $u_{n+1} = u_n + 5$
02	(u_n) متتالية هندسية حدها الأول u_0 وأساسها q تكون متزايدة تماما لما:	$q > 1$	$u_0 > 0$ و $q < 1$	$u_0 > 0$ و $q > 1$
03	f دالة معرفة على R : $f(x) = x^2 - 2x + 1$	منحناها يشمل $A(1;2)$	المعادلة: $f(x) = 0$ لا تقبل حلا في R	المعادلة: $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا في R
04	f دالة معرفة على R : $f(x) = (x-2)(x-1)$ دالتها المشتقة:	$f'(x) = 2x - 3$	$f'(x) = -2x - 3$	$f'(x) = 2x^2 - 3$

التمرين الثاني: (07نقاط)

(u_n) متتالية معرفة على N ب: $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = 3u_n - 6$

من اجل كل عدد طبيعي n نضع: $v_n = u_n - 3$

1- بين أن المتتالية (v_n) هندسية، ثم عين أساسها و حدها الأول.

2- احسب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n .

3- احسب بدلالة n المجموع: $S = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$ ، ثم استنتج بدلالة n المجموع:

$$S' = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$$

التمرين الثالث (07 نقاط)

1. عين باقي القسمة الإقليدية على 5 للعدد 2^k من أجل القيم من 0 إلى 4 للعدد الطبيعي k .

2. استنتج باقي القسمة الإقليدية على 5 للعدد 2^k من أجل كل عدد طبيعي k .

3. استنتج باقي قسمة 17^{4k} على 5.

4. بين أن العدد $2^{4k+3} + 17^{4k+2} + 3$ يقبل القسمة على 5.

5. استنتج باقي قسمة $87^{49} + 61^{2008} - 2007^{1999}$ على 5.

- انتهى -

حل الموضوع

حل التمرين الأول :

(u_n) المتتالية المعرفة على N هي هندسية: الاقتراح الثاني: $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = -5u_n$

1. (u_n) متتالية هندسية حدها الأول u_0 وأساسها q تكون متزايدة تماما لما : الاقتراح الثالث
 $u_0 > 0$ و $q > 1$

2. f الدالة المعرفة على R بـ: $f(x) = x^2 - 2x + 1$: الاقتراح الثالث المعادلة : $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا في R .

3. f الدالة المعرفة على R بـ: $f(x) = (x-2)(x-1)$ دالتها المشتقة : الاقتراح الأول $f'(x) = 2x - 3$
حل التمرين الثاني :

$$1. v_{n+1} = u_{n+1} - 3 = 3u_n - 9 = 3(u_n - 3) = 3v_n$$

إذن المتتالية (v_n) هندسية أساسها 3 .

$$\text{و حدها الأول } v_0 = u_0 - 3 = -2$$

$$2. \text{ عبارة الحد العام لـ } (v_n) : v_n = v_0 \times q^n = -2 \times 3^n$$

$$3. \text{ عبارة الحد العام لـ } (u_n) : u_n = v_n + 3 = -2 \times 3^n + 3$$

4. المجموع S :

$$S = v_0 \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} = -2 \times \frac{1 - 3^{n+1}}{1 - 3}$$

$$S = 1 - 3^{n+1}$$

5. استنتاج بدلالة n المجموع :

$$S' = S + 3(n+1) \quad \text{إذن } S' = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n = (v_0 + 3) + (v_1 + 3) + (v_2 + 3) + \dots + (v_n + 3)$$

حل التمرين الثالث :

1. باقي القسمة الإقليدية على 5 للعدد 2^k من أجل القيم من 0 إلى 4 للعدد الطبيعي k هو:

k	0	1	2	3	4
r_k	1	2	4	3	1

2. استنتاج باقي القسمة الإقليدية على 5 للعدد 2^k من أجل كل عدد طبيعي k :

k	$4k$	$4k + 1$	$4k + 2$	$4k + 3$
r_k	1	2	4	3

3. استنتاج باقي قسمة 17^{4k} على 5 : $17^{4k} \equiv 2^{4k} [5] = 1[5]$

4. العدد $2^{4k+3} + 17^{4k+2} + 3$ يقبل القسمة على 5 لأن : $2^{4k+3} + 17^{4k+2} + 3 \equiv 3 + 4 + 3[5] \equiv 0[5]$

5. استنتاج باقي قسمة $2007^{1999} - 61^{2008} + 87^{49}$ على 5 :

$$2007^{1999} - 21^{2008} + 87^{49} \equiv 2^{4k+3} - 1^{2008} + 2^{4k+1} [5]$$

$$\equiv 3 - 2 + 1[5] \equiv 4[5]$$