وزارة التربية الوطنية ثانوية صاهد مبارك *الحمادية *

السنة الدراسية :

الاختبار الأول في الرياضيات

الأقسام : الثالثة علوم تجريبية المدة :

التمرين الأول :

1. نعتبر المعادلة التفاضلية التالية :

$$y' + y = e^{-x} \quad \ldots\ldots (\boldsymbol{E})$$

بين أن الدالة f المعرفة على R كما يلي : $f(x) = xe^{-x}$ هي حل للمعادلة (E)

2. نعتبر المعادلة التفاضلية التالية :

$$y' + y = 0 \quad \ldots\ldots (E')$$

- حل المعادلة التفاضلية (E')
- نعتبر دالة g معرفة و اشتقاقية على R :

أثبت أن : تكون g حل للمعادلة التفاضلية $(\boldsymbol{E})$ إذاا كانت $\boldsymbol{g - f}$ حل للمعادلة التفاضلية (E')

- استنتج جميع حلول المعادلة التفاضلية $(\boldsymbol{E})$
- أوجد الحل الوحيد g للمعادلة التفاضلية $(\boldsymbol{E})$ الذي يحقق : $\mathbf{g(0) = 2}$

التمرين الثاني :

I) 1) نذكر أن : $\boldsymbol{lim_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty}$ بين أن : $\boldsymbol{lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x} = 0}$

2) استنتج أن من أجل كل عدد طبيعي $\boldsymbol{n}$ غير معدوم : $lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x^n} = 0$ (ضع $t = x^n$)

II) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي :

$$g(x) = x^2 - 2 + \ln(x)$$

- ادرس تغيرات الدالة g على $]0;+\infty[$
- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حل وحيد $\propto$ بحيث : $\propto \in]1{,}31\ ;\ 1{,}32[$
- استنتج إشارة المقدار $g(x)$ من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$
- أثبت أن : $\ln(\propto) = 2 - \propto^2$

III) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي :

$$f(x) = x^2 + (2 - \ln x)^2$$

و ليكن (C_f) بيان الدالة f في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$

- أحسب نهاية الدالة f عند 0^+ ، ثم قدم تفسيرا مناسبا للنتيجة
- أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ ، ثم بين أن (C_f) يقبل فرع لا نهائي باتجاه محور التراتيب
- أحسب مشتقة الدالة f بدلالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

VI) في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$ نعتبر مايلي :

- (δ) بيان الدالة اللوغارتمية النيبيرية (ln)
- $\boldsymbol{A(0\ ;\ 2)}$ نقطة من المستوى
- M نقطة من (δ) فاصلتها $\boldsymbol{x}$ حيث $\boldsymbol{x \in]0\ ;\ +\infty[}$

1. بين أن : $AM = \sqrt{f(x)}$ حيث AM هي المسافة بين النقطتين A و M
2. نعتبر الدالة العددية h المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $h(x) = \sqrt{f(x)}$

- بين أن الدالتين f و h لهما نفس اتجاه التغيرات في المجال $]0\ ;+\infty[$
- بين أن المسافة AM تكون أصغر ما يمكن في نقطة من ( ) بيان الدالة (ln) في نقطة P يطلب تعيين إحداثياتها
- بين أن : $\boldsymbol{AP = \propto \sqrt{1 + \propto^2}}$
- هل المستقيم (AP) عمودي على المماس (T) للمنحنى (δ) بيان الدالة (ln) في النقطة P

بالتوفيق للجميع

الأستاذ : بن حسين هشام