

التمرين الأول: 4 نقاط

لكل سؤال جواب واحد من الثلاثة صحيحا. يطلب تعيين الجواب الصحيح دون تبرير.
لتكن f الدالة العددية المعرفة والقابلة للاشتقاق على المجال $]-5; +\infty[$ جدول تغيراتها هو الآتي:

x	-5	-1	0	2	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	-3	-5	4	-4.5

نرمز بـ: (C) للتمثيل البياني للدالة f .

(1) على المجال $]-5; +\infty[$ ، المعادلة $f(x) = -2$.

- | | | |
|-------------------|--------------|--------------------|
| • تقبل حلا وحيدا. | • تقبل حلين. | • تقبل أربعة حلول. |
|-------------------|--------------|--------------------|

(2) على المجال $]-5; +\infty[$ ، المنحني (C) :

- يقبل مستقيم مقارب وحيد معادلته $x = -5$.
- يقبل فقط مستقيمين مقاربين معادلتيهما $x = -4.5$ و $y = -5$.
- يقبل فقط مستقيمين مقاربين معادلتيهما $x = -5$ و $y = -4.5$.

(3) علما أن $f'(2) = 0$. معادلة المماس للمنحني (C) عند النقطة التي فاصلتها 2 هي:

- | | | |
|-----------|------------------|----------------|
| • $y = 4$ | • $y = 4(x - 2)$ | • $y = 3x - 1$ |
|-----------|------------------|----------------|

(4) علما أن معادلة المماس للمنحني (C) عند النقطة التي احداثيتها $(1; 2)$ هي $y = 3x - 1$ ومنه:

- | | | |
|--------------|----------------|---------------|
| • $f(2) = 1$ | • $f'(1) = -1$ | • $f'(1) = 3$ |
|--------------|----------------|---------------|

التمرين الثاني: (5 نقاط)

في معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ من الفضاء . نعتبر النقطة $A(2; 0; 2)$ والمستوي (P) ذا المعادلة $x + y - z - 3 = 0$.

- (1) عين تمثلا وسيطيا للمستقيم (D) المار بالنقطة A والعمودي على المستوي (P) .
 - (2) عين إحداثيات B نقطة تقاطع المستقيم (D) و المستوي (P) .
 - (3) نعتبر سطح الكرة (S) التي مركزها A والتي تقطع المستوي (P) وفق الدائرة التي مركزها B ونصف قطرها 2.
- أ - احسب المسافة بين A و (P) ب- حدد نصف قطر سطح الكرة (S) .

ج- أكتب معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S) .

التمرين الثالث: (3 نقط)

نعتبر المعادلة التفاضلية التالية : $y' - 2y = xe^x$ (1)

(1 أ)- حل المعادلة التفاضلية : $y' - 2y = 0$ (2)

ب)- عيّن حلا خاصا h يحقق $h(0) = 1$

(2)- نعتبر الدالة u حيث : $u(x) = (ax + b)e^x$ (a و b عددين حقيقيين) .

- عيّن a و b حتى تكون الدالة u حلا للمعادلة (1) .

التمرين الرابع: 8 نقاط

f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بالعبارة : $f(x) = x - 1 + \frac{4}{e^x + 1}$ و C_f تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$

*1 ادرس تغيرات الدالة f

*2 بين ان C_f يقبل نقطة انعطاف ω واكتب معادلة لمماس C_f عند النقطة ω

- اثبت ان ω مركز تناظر للمنحنى C_f

*3 احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x-1)]$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x+3)]$

- استنتج ان C_f يقبل مستقيمين مقاربين يطلب اعطاء معادلة كل منهما .

*4 بين ان C_f يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة x_0 فاصلتها من المجال $[-2, 76; -2, 77]$

*5 احسب $f(1)$ و $f(-1)$ (تدور النتائج الى 10^{-2}) ثم ارسم C_f ومستقيمه المقاربين

بالتوفيق في شهادة البكالوريا
استاذ المادة

التمرين الأول: 4 نقاط(1) على المجال $]-5; +\infty[$ ، المعادلة $f(x) = -2$ تقبل حلين. 1 ن(2) على المجال $]-5; +\infty[$ ، المنحني (C) :• يقبل فقط مستقيمين مقاربين معادلتيهما $y = -4.5$ و $x = -5$. 1 ن(3) علما أن $f'(2) = 0$. معادلة المماس للمنحني (C) عند النقطة التي فاصلتها 2 هي: $y = 4$ 1 ن(4) علما أن معادلة المماس للمنحني (C) عند النقطة التي إحداثيها $(1; 2)$ هي $y = 3x - 1$ ومنه: $f'(1) = 3$ 1 ن**التمرين الثاني:**التمرين الثاني: $A(2; 0; 2)$: $x + y - z - 3 = 0$ (1) تعين تمثيل وسيطي للمستقيم (D)

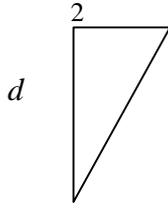
$$\begin{cases} x = 2+t \\ y = t \\ z = 2-t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$$

(2) تعيين إحداثيات B نقطة تقاطع المستقيم (D) والمستوي (P) بالتعويض في معادلة (P) نجد :

$$2 + t + t - 2t - 3 = 0 \text{ ومنه } t = 1 \text{ وبالتالي}$$

$$B(3; 1; 1) \text{ 1 ن}$$

(3) أ- ليكن R نصف قطر سطح الكرة S لتكن d المسافة بين النقطة A والمستوي (P)



$$d = \frac{|2 - 2 - 3|}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \text{ لدينا 1 ن}$$

$$\text{ومنه: } R^2 = (\sqrt{3})^2 + (2)^2 = 7$$

$$\text{وبالتالي: } R = \sqrt{7} \text{ 1 ن}$$

ب- معادلة سطح الكرة S

$$(x-2)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 7 \text{ 1 ن}$$

$$\text{أي } x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 4z + 1 = 0$$

التمرين الثالث: (3 نقط). $y' - 2y = xe^x$ (1) نعتبر المعادلة التفاضلية التالية :(1) أ- حل المعادلة التفاضلية : $y' - 2y = 0$ هو $h(x) = ce^{2x}$

(ب) - $h(0) = 1$ ومنه $h(x) = e^{2x}$. 1ن

(2) - نعتبر الدالة u حيث : $u(x) = (ax + b)e^x$ (a و b عددين حقيقيين) .
- تعين a و b حتى تكون الدالة u حلا للمعادلة (1) .

2ن $b=-1$ و $a=-1$ ومنه $(ax+a-b)e^x = xe^x$ ومنه $(ax+a+b)e^x - 2(ax+b)e^x = xe^x$

التمرين الرابع : 8 نقاط

$$C_f \text{ و } f(x) = x - 1 + \frac{4}{e^x + 1}$$

*1 دراسة تغيرات الدالة f

$$f'(x) = \frac{(e^x - 1)^2}{(e^x + 1)^2} \text{ و } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

$f'(x) = 0$ ومنه $x = 0$ الدالة f متزايدة تماما على \mathbb{R}

جدول التغيرات:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	1	$+\infty$

2 - إشارة $g(x)$

*2 بين ان C_f يقبل نقطة انعطاف ω واكتب معادلة لمماس C_f عند النقطة

- اثبت ان ω مركز تناظر للمنحنى C_f

$$*3 \text{ احسب } \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x-1)] = 0 \text{ و } \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x+3)] = 0$$

ومنه

- استنتج ان C_f يقبل مستقيمين مقاربين يطلب اعطاء معادلة كل منهما .

*4 بين ان C_f يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة x_0 فاصلتها من المجال $[-2, 77; -2, 76]$

*5 احسب $f(1)$ و $f(-1)$ (تدور النتائج الى 10^{-2}) ثم ارسم C_f ومستقيمه المقاربين

التمرين الأول: 4 نقاط

(1) على المجال $]-5; +\infty[$ ، المعادلة $f(x) = -2$ تقبل حلين.

(2) على المجال $]-5; +\infty[$ ، المنحني (C) :

• يقبل فقط مستقيمين مقاربين معادلتيهما $y = -4.5$ و $x = -5$.

(3) علما أن $f'(2) = 0$. معادلة المماس

للمنحني (C) عند النقطة التي فاصلتها 2 هي:

$$y = 4$$

(4) علما أن معادلة المماس للمنحني (C)

عند النقطة التي إحداثيها (1; 2) هي

$$y = 3x - 1 \text{ ومنه: } f'(1) = 3$$

التمرين الثاني:

$$x + y - z - 3 = 0 : A(2; 0; 2)$$

(1) تعين تمثيل وسيطي للمستقيم (D)

$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = t \\ z = 2 - t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$$

(2) تعين إحداثيات B نقطة تقاطع المستقيم (D) والمستوي (P)

بالتعويض في معادلة (P) نجد :

$$2 + t + t - 2t - 3 = 0 \text{ ومنه } t = 1 \text{ وبالتالي}$$

$$B(3; 1; 1)$$

(3) أ- ليكن R نصف قطر سطح الكرة S

لتكن d المسافة بين النقطة A

والمستوي (P)

$$\text{لدينا } d = \frac{|2 - 2 - 3|}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

$$\text{ومنه: } R^2 = (\sqrt{3})^2 + (2)^2 = 7$$

$$\text{وبالتالي: } R = \sqrt{7}$$

ب- معادلة سطح الكرة S

$$(x - 2)^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 7$$

$$\text{أي } x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 4z + 1 = 0$$

(1) أ- حل المعادلة التفاضلية :

$$y' - 2y = 0 \text{ هو}$$

$$h(x) = ce^{2x}$$

ب- $h(0) = 1$ ومنه

$$h(x) = e^{2x}$$

(2) - لدينا :

$$u(x) = (ax + b)e^x$$

(a و b عددين حقيقيين) .

- تعيّن a و b حتى تكون الدالة

u حلا للمعادلة (1) .

$$(ax + a + b)e^x - 2(ax + b)e^x = xe^x$$

$$\text{ومنه } (ax + a - b)e^x = xe^x$$

$$\text{ومنه } a = -1 \text{ و } b = -1$$

التمرين الرابع : 8 نقاط

$$f(x) = x - 1 + \frac{4}{e^x + 1}$$

*1 دراسة تغيرات الدالة f

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

$$x \rightarrow -\infty \quad \text{و} \quad x \rightarrow +\infty$$

$$\text{و } f'(x) = \frac{(e^x - 1)^2}{(e^x + 1)^2}$$

$$f'(x) = 0 \text{ ومنه } x = 0$$

الدالة f متزاية تماما على R

جدول التغيرات:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f'(x)	+	0	+
f(x)	$-\infty$	1	$+\infty$

1 ن

1 ن

1 ن

1 ن

1 ن

1 ن

1 ن

1 ن

1 ن

0,5 ن

0,5 ن

1 ن

1 ن

0,5 ن

0,5 ن

0,5 ن

0,5 ن

*2

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$+$

المشتقة تنعدم عند 0 دون تغيير اشارتها ومنه النقطة $\omega(0;1)$ نقطة انعطاف للمنحنى C_f **ن 1**
لدينا من اجل كل عدده حقيقي $f(-x) + f(x) = 2$ ومنه $\omega(0;1)$ مركز تناظر للمنحنى C_f **ن 0,5**

ن 0,5 $Y=1$

***3** $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - (x-1) = 0$ ومنه $(\Delta): y = x-1$ مستقيم مقارب مائل لـ C_f في جوار $+\infty$

ن 1 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - (x+3) = 0$ ومنه $(\Delta'): y = x+3$ مستقيم مقارب مائل لـ C_f في جوار $+\infty$

***4** الدالة f مستمرة ورتيبة على المجال $]-2,77, -2,76[$ و $f(-2,77) \times f(-2,76) < 0$ ومنه حسب

نظرية القيم المتوسطة يوجد $x_0 \in]-2,77; -2,76[$ بحيث $f(x_0) = 0$ **ن 1**

***5** $f(-1) = 0,92$ $f(1) = 1,08$ **ن 0,5**

ن 1,5

