المستوى: السنة 3 تقني رياضي	اختبار الفصل الأول	المـــادة: الريـاضيـــــات

التمرين الأول (07نقاط)

f الدالة **العددية المعرفة على** ، **كما يلي :** $f(x)=x-\frac{e^x-1}{e^x+1}$

و (C) **التمثيل البياني للدالة** f **في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس** $(O;\vec{i};\vec{j})$

1. أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x **:**

$f(x)=x+1-\frac{2e^x}{e^x+1}$ **و** $f(x)=x-1+\frac{2}{e^x+1}$

ب) جد نهايات الدالة f **عند** $+\infty$ **وعند** $-\infty$

جـــ) بين أن المستقيمين $(\Delta_1),(\Delta_2)$ **الذين معادلتيهما على الترتيب :**

$y=x+1$ **و** $y=x-1$ **مقاربان مائلان لـــ** (C) .

د) ادرس وضعية المنحنى (C) **بالنسبة إلى كل من** $(\Delta_1),(\Delta_2)$

2. أ) بين أن الدالة f **فردية .**

ب) أدرس تغيرات الدالة f **على المجال** $]0;+\infty[$.

جـــ) جد معادلة لمماس المنحني (C) **عند النقطة التي فاصلتها 0.**

د) أنشئ $(\Delta_1),(\Delta_2)$**، المماس ثم المنحني** (C)

التمرين الثاني: (07نقاط)

أذكر إن كانت الجمل التالية صحيحة أم خاطئة مع التبرير:

1. من أجل كل عدد طبيعي n **: 3 يقسم** $2^{2n}-1$

2. إذا كان n **عددا صحيحا حلا للمعادلة :** $n^2-n\equiv 0[6]$ **فإن :** $n\equiv 0[6]$

3. إذا كان : $x^2\equiv y^2[17]$ **فإن :** $x\equiv y[17]$

4. مجموعة حلول المعادلة : $12x-5y=3$ **المعرفة في** $\mathbb{Z}^2$ **هي مجموعة الثنائيات** $(x;y)$ **من الشكل :** $(4+10k;9+24k)$ **حيث** $k\in\mathbb{Z}$

5. إذا كان 2 هو باقي قسمة عدد طبيعي n **على 5 فإن 4 يكون باقي قسمة** n^2 **على 5**

6. $PGCD(18a;24a)=a$ **حيث :** $a\in\mathbb{N}^*$.

7. $PGCD(a;b) = PGCD(a;a+b)$ ، b,a **عددان طبيعيان** .

التمرين الثالث L (06 نقاط)

C, B, A **ثلاث نقط من الفضاء**

1. أ) أنشئ G **مرجح الجملة** $\{(B;-1),(C;2)\}$.

ب) أنشئ F **مرجح الجملة** $\{(A;-2),(B;2),(C;-4)\}$.

2. بين أن F **مرجح جملة نقطتين مرفقتين بمعاملين يطلب تحديدهما .**

3. عين (Γ_1) **مجموعة النقط** M **من الفضاء التي تحقق :**

$$\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MG}\right\| = 2\left\|2\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MB}\right\|$$

4. عين (Γ_2)**مجموعة النقط** M **من الفضاء التي تحقق :**

$$MA^2 + MG^2 = 1$$

5. عين (Γ_3) **مجموعة النقط من الفضاء التي تحقق :**

$$(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MG})\cdot(\overrightarrow{MF}-\overrightarrow{MG}) = 0$$

ـــ انتهى ـــ

حل الموضوع

حل التمرين الأول :

$$f(x)=x-\frac{e^x-1}{e^x+1}$$

1. أ) التحقق من أن: $f(x)=x+1-\frac{2e^x}{e^x+1}$ و $f(x)=x-1+\frac{2}{e^x+1}$

من أجل كل عدد حقيقي x :

$$f(x)=x+1-\frac{2e^x}{e^x+1}=x-\frac{e^x-1}{e^x+1}$$

$$f(x)=x-1+\frac{2}{e^x+1}=x-\frac{e^x-1}{e^x+1}$$

ب) النهايات:

$$\lim_{x\to-\infty}f(x)=\lim_{x\to-\infty}\left(x+1-\frac{2e^x}{e^x+1}\right)=-\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}\left(x-1+\frac{2}{e^x+1}\right)=+\infty$$

جـــ) المستقيمات المقاربة المائلة :

$\lim_{x\to-\infty}\left(f(x)-(x+1)\right)=\lim_{x\to-\infty}\left(-\frac{2e^x}{e^x+1}\right)=0$ ،

و منه: $y=x+1$ معادلة مستقيم مقارب مائل للمنحني (C) عند $-\infty$

$\lim_{x\to+\infty}\left(f(x)-(x-1)\right)=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{2}{e^x+1}\right)=0$

و منه: $y=x-1$ معادلة مستقيم مقارب مائل للمنحني (C) عند $+\infty$

نضع : $(\Delta_1): y=x+1$ ، $(\Delta_2): y=x-1$

د) دراسة وضعية المنحنى (C)بالنسبة إلى (Δ_1)

$$f(x)-(x+1)=-\frac{2e^x}{e^x+1}$$

من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)-(x+1)=-\frac{2e^x}{e^x+1}$ p 0

ومنه **المنحنى** (C) **يقع** تحت (Δ_1).

دراسة وضعية المنحنى (C)بالنسبة إلى (Δ_2)

$$f(x)-(x-1)=\frac{2}{e^x+1}$$

من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)-(x-1)=\frac{2}{e^x+1}$ f 0

ومنه **المنحنى** (C) **يقع** فوق (Δ_2) .

2- أ) **بيان أن الدالة f فردية :**

من أجل كل $x\in$ ، لدينا $-x\in$ ، و $f(-x)=-x-\frac{e^{-x}-1}{e^{-x}+1}=-\left(x-\frac{e^x-1}{e^x+1}\right)=-f(x)$

ومنه الدالة f فردية .

وبالتالي المنحنى متناظر بالنسبة إلى مبدإ الإحداثيات.

ب) دارسة تغيرات الدالة f على المجال $[0;+\infty[$. الدالة قابلة للاشتقاق على المجال $[0;+\infty[$ و

$$f'(x)=\frac{1+e^{2x}}{(e^x+1)^2}$$

ومن أجل كل $x\in[0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{1+e^{2x}}{(e^x+1)^2}$ f 0

ومنه الدالة متزايدة تماما $[0;+\infty[$

جدول التغيرات :

x	0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	0	↗	$+\infty$

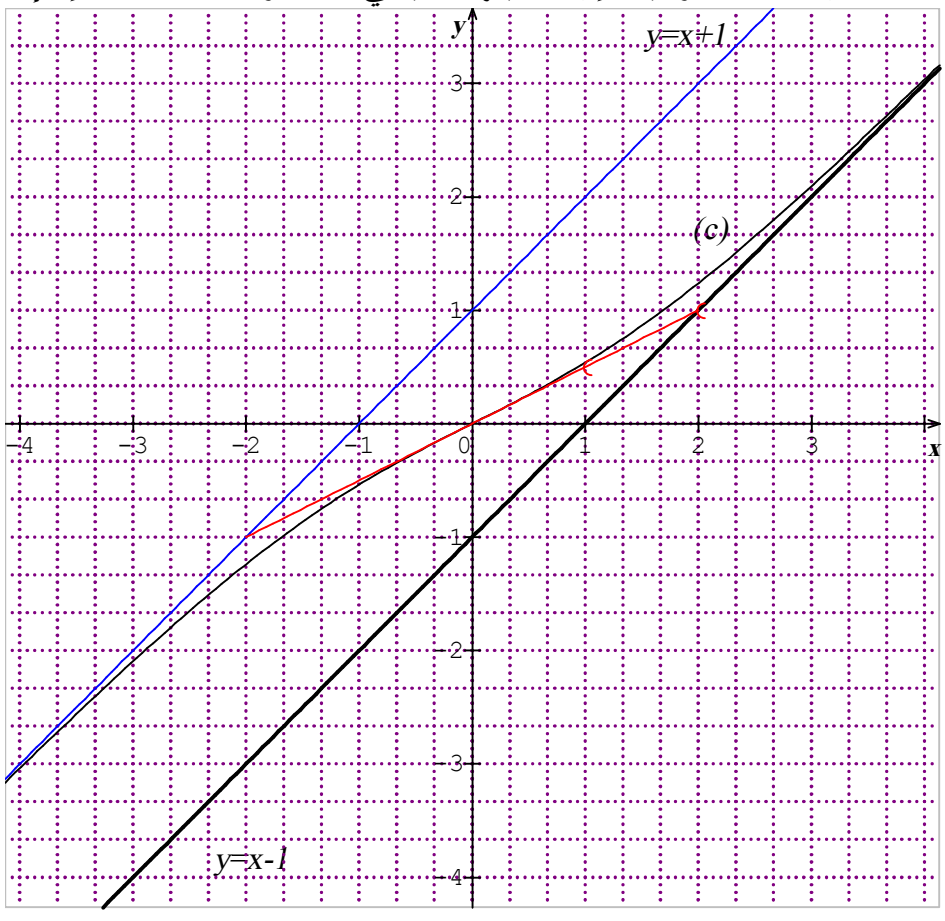
جـ) إيجاد معادلة لمماس المنحني (C) عند النقطة التي فاصلتها 0.

$$y=x\,f'(0)+f(0)$$

ومنه $y=\frac{1}{2}x$ معادلة لمماس **لمنحني** (C) **عند النقطة التي فاصلتها 0** (مبدأ الإحداثيات)

د) أنشاء $(\Delta_1),(\Delta_2)$، المماس و المنحني (C)

بما أنّ الدالة فردية فإن تمثيلها البياني متناظر بالنسبة لمبدإ الإحداثيات



حل التمرين الثاني :

1. $2^{2n}-1\equiv 0[3]$ صحيح ($(3+1)^n-1\equiv 0[3]$) .
2. $n^2-n\equiv 0[6]$ فإنّ $n\equiv 0[6]$ خطأ
   من أجل $n=1$ لدينا $1^2-1\equiv 0[6]$ لكن $1\neq 0[6]$
3. خطأ .(لاحظ أن $x^2-y^2\equiv 0[17]$)
4. $n\equiv 2[5]$ فإن $n^2\equiv 4[5]$ صحيح ($n\equiv 2[5]$ و $n\equiv 2[5]$).
5. خطأ لأن : $PGCD(18a;24a)=6a$.
6. صحيح .

حل التمرين الثالث :

1. Gمرجح الجملة : $\{(B;-1),(C;2)\}$ معناه : $\overrightarrow{BG}=2\overrightarrow{BC}$

   F مرجح $\{(A;-2),(B;2)(C;2)\}$معناه : $\overrightarrow{AF}=0.5\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}$

   الإنشاء .
2. F هي منتصف : $[AG]$.
3. (Γ_1) هي مستو محور $[FG]$.
4. إذا كان $FG^2=0.5$ فإن : $\left(\Gamma_2\right)=\{G\}$.

   إذا كان : FG^2 p 0.5 فإن : (Γ_2) هي سطح كرة مركزها F و $r=\sqrt{\frac{1-2FG^2}{2}}$.

   إذا كان : FG^2 f 0.5 فإن : (Γ_2) هي المجموعة الخالية .

5. (Γ_3)هي مستو شعاعه الناظمي $\overrightarrow{GF}$.