ثانوية محمد طويلب – براقي | 《 اختبار الفصل الأول 》 | 24 نوفمبر 2011

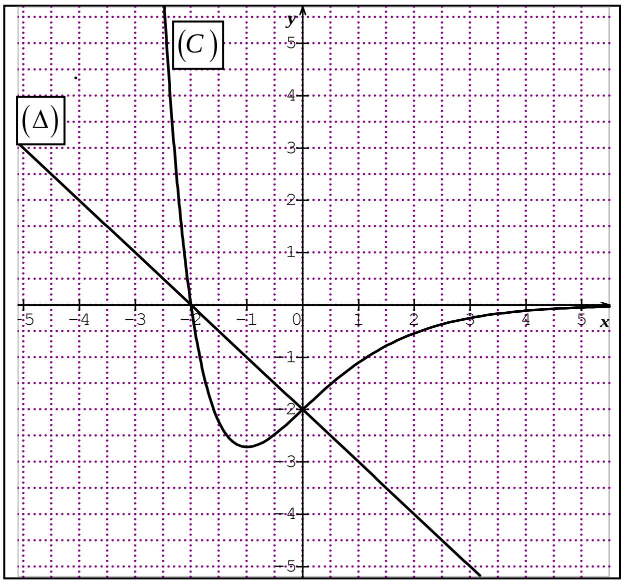
الأقسام : 3ع ت | في مادة الرياضيات | المدة : 2 ســا

التمرين 06 نقاط :

- حدد إن كانت العبارات التالية صحيحة أو خاطئة ، برر الأجوبة.

الجزء A

المنحنى (C) في الشكل المقابل هو التمثيل البياني لدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ في م. م إلى م. م. م $(O;\vec{i},\vec{j})$ و (Δ) مستقيم يقطع (C)



1) معادلة (Δ) هي $y=-x-2$

2) من اجل $x\geq 0$ ؛ $f(x)\leq -x-2$

3) محور الفواصل مقارب للمنحنى (C)

4) من اجل $x>0$ ؛ $f'(x)\geq 0$

5) من اجل $m<0$ ؛ المعادلة $f(x)=m$ تقبل حلين.

الجزء B

نقبل أن الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x)=(-x-2)e^{-x}$

1) مجموعة حلول المتراجحة $\dfrac{-x-2}{e^{x}}\leq 0$ هي $S=[-2;+\infty[$.

2) $f(-x)\times f(x)\geq 0$ من أجل x من المجال $[-2;2]$

3) مشتقة الدالة f هي $f'(x)=\dfrac{x-1}{e^{x}}$.

4) الدالة f تقبل قيمة حدية واحدة هي $-e$ عند -1

5) الدالة f حل للمعادلة التفاضلية $y'+y=-e^{-x}$.

المسالة 14 نقطة :

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. (الوحدة البيانية $2cm$) .

I) G دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $G(x)=2e^{x}+ax+b$ و ليكن (Γ) تمثيلها البياني في المعلم . A نقطة احداثياها $(1\ ;\ 2e\ \text{-}5)$

- أوجد العددين الحقيقيين a و b بحيث (Γ) يمر من النقطة A و يقبل عندها مماسا (Δ)معامل توجيهه يساوي $2(e+1)$.

II) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=2e^{x}+2x-7$

1) أدرس نهايتي g عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

2) أدرس اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها .

3) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد α حيث $\alpha\in\ ]\ 0,94\ ;\ 0,941\ [$

4) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

III) f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=(2x-5)(1-e^{-x})$ و (γ) تمثيلها البياني في المعلم .

1) ادرس إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$

2) أدرس نهايات الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$

3) أ) احسب $f'(x)$ حيث f' هي الدالة المشتقة للدالة f ثم تحقق أن $f'(x)$ و $g(x)$ لهما نفس الإشارة.

ب) شكل جدول تغيرات الدالة f .

4) أ) بين صحة المساواة التالية : $f(\alpha)=\dfrac{(2\alpha-5)^{2}}{2\alpha-7}$.

بـ) أدرس اتجاه تغير الدالة h المعرفة بـ $h(x)=\dfrac{(2x-5)^{2}}{2x-7}$ على المجال $]-\infty\ ;\ \dfrac{5}{2}[$.

جـ) استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$ بتقريب $0,01$.

5) بين أن المستقيم (d) ذو المعادلة $y=2x-5$ مقارب لـ (γ) عند $+\infty$ محددا وضعية (γ) بالنسبة إلى (d)

6) ارسم (d) و (γ) في نفس المعلم .

7) m عدد حقيقي ،

- ناقش بيانيا وذلك حسب القيم المختلفة للوسيط m عدد و إشارة حلول المعادلة $(m+5)e^{x}=-2x+5$.

انتهى و حظ سعيد للجميع من الأساتذة

عناصر الإجابة النموذجية وسلم التنقيط

التمرين الأول : 06 نقاط

الجزء A **2,5**

1 – (صحيحة) لأن (Δ) يشمل نقطتين هما $(-2;0)$ و $(0;-2)$ **0,5**

2 – (خـاطئة) لأنه من اجل $x \geq 0$ ، (C) فوق (Δ) **0,5**

3 – (صحيحة) لأن $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$ **0,5**

4 – (صحيحة) لأن f متزايدة على $]0;+\infty[$ **0,5**

5 – (خـاطئة) لأنه من اجل $m < -3$ ، $f(x) = m$ لا تقبل حلولا **0,5**

الجزء B **3,5**

1 – (صحيحة) لأن $f(x) \leq 0$ و (C) تحت محور الفواصل **0,5**

2 – (صحيحة) لأن $f(-x) \times f(x) = 4 - x^2$ و $4 - x^2 \geq 0$ **0,75**

3 – (خـاطئة) لأن $f'(x) = (x+1)e^{-x}$ **0,75**

4 – (صحيحة) لأن $f'(-1) = 0$ و $f(-1) = -e$ **0,75**

5 – (صحيحة) لأن $f'(x) + f(x) = (x+1)e^{-x} + (-x-2)e^{-x} \times f(x) = -e^{-x}$ **0,75**

المجموع : 06

المسألة: 14 نقطة

I. **01,5**

لدينا : $G(x) = 2e^{x} + ax + b$ ومنه $G'(x) = 2e^{x} + a$ **0,5**

ولدينا : $G(1) = 2e - 5$ و $G'(1) = 2(e+1)$

ومنه $a + b = -5$ و $a = 2$ **0,5**

إذن $(a;b) = (2;7)$ **0,5**

II. **04**

1 - $\lim_{x \to -\infty} g(x) = -\infty$ و $\lim_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$ .... **0,5 + 0,5**

2 - $g' = 2(e^{x} + 1)$ أي $g'(x) > 0$ إذن g متزايدة تماما **1**

جدول تغيرات الدالة g **0,5**

x	$-\infty$ $\qquad\qquad$ $+\infty$
$g'(x)$	$+$
$g(x)$	$-\infty \nearrow +\infty$

g مستمرة ومتزايدة تماما و $\lim_{x \to -\infty} g(x) = -\infty$ و $\lim_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$ **0,5**

وحسب مبرهنة القيم المتوسطة فان $g(x) = 0$

ولدينا $g(0;94) < 0$ و $g(0;941) > 0$ إذن $0.94 < \alpha < 0.941$ **0,5**

3 - أي من اجل $x \leq \alpha$ فان $g(\alpha) \leq 0$

و من اجل $x \geq \alpha$ فان $g(\alpha) \geq 0$ **0,5**

08,5 **.III**

1 - إشارة $f(x)$ **1**

x	$-\infty$		0		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
$2x-5$		$-$		$-$	0	$+$	
$1-e^{-x}$		$-$	0	$+$		$+$	
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

2 - $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ .... **0,5 +0,5**

3 - أ - $f'(x)=(2x-5)e^{-x}+2$ أي $f'(x)=\left(2e^{x}+2x-7\right)e^{-x}$

إذن $f'(x)=e^{-x}g(x)$ **0,5**

و بمأن $e^{-x}>0$ إذن لـــ $f'(x)$ و $g(x)$ نفس الإشارة **0,5**

ب - جدول تغيرات الدالة f **0,5**

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$f(\alpha)$	$\nearrow$	$+\infty$

4 - أ – بمأن $g(\alpha)=0$ إذن $e^{\alpha}=\dfrac{7-2\alpha}{2}$ و منه $f(\alpha)=\dfrac{(2\alpha-5)^2}{2\alpha-7}$ **0,5**

ب – لدينا $h'(x)=\dfrac{2(2x-5)(2x-9)}{(2x-7)^2}$ **0,5**

إشارة $h'(x)$

x	$-\infty$		$\frac{5}{2}$		$\frac{7}{2}$		$\frac{9}{2}$		$+\infty$
$2x-5$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$2x-9$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$(2x-7)^2$		$+$		$+$	0	$+$		$+$	
$h'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

من جدول الإشارة نجد $h'(x)\le 0$ في المجال $\left[\frac{5}{2};\frac{9}{2}\right]$

و $h'(x)>0$ في المجال $\left]-\infty;\frac{5}{2}\right[\cup\left]\frac{9}{2};+\infty\right[$ **0,5**

جـ - لدينا $f(\alpha)=h(\alpha)$ و $0.94<\alpha<0.941$ إذن $h(0.94)<h(\alpha)<h(0.941)$ لأن h متزايدة.

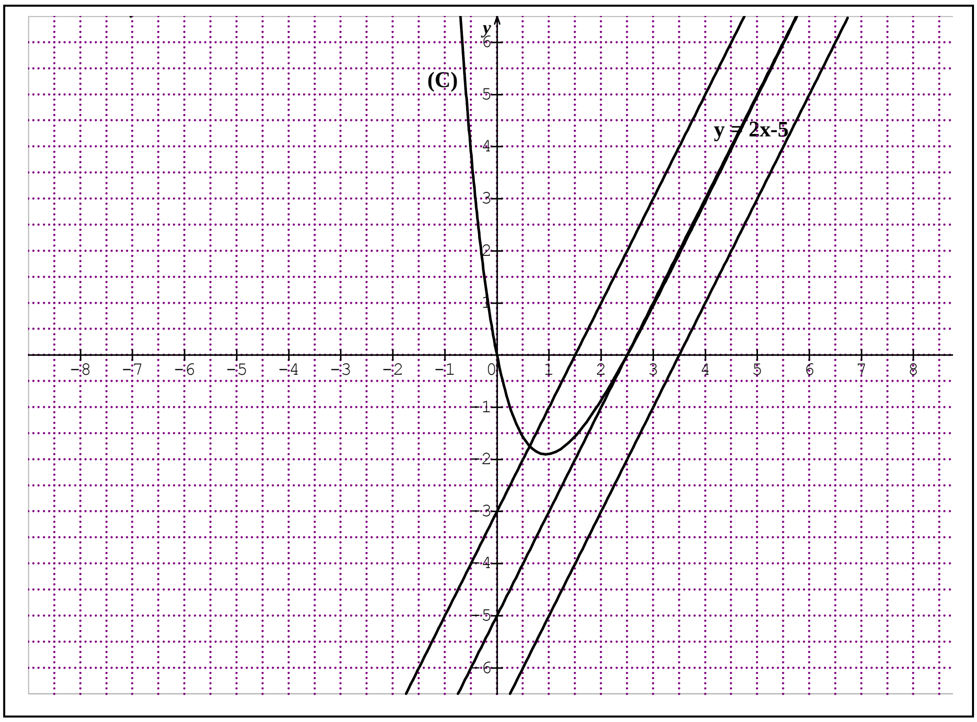
أي $-1{,}901<h(\alpha)<-1{,}900$ إذن الحصر هو $-1{,}901<f(\alpha)<-1{,}900$ **0,5**

5 - $\lim_{x \to \infty}\left(f(x)-(2x-5)\right)=0$ **0,5**

من اجل $x \geq \frac{5}{2}$ فان (C_f) تحت (d)

و من اجل $x \leq \frac{5}{2}$ فان (C_f) فوق (d) **0,5**

6 - التمثيل البياني : **1**



7 -

لدينا $(m+5)e^x = -2x+5$ ومنه $f(x)=2x+m$ **0,5**

من اجل $m < -5$ لا توجد حلولا .

من اجل $m \geq -5$ توجد حل واحد **0,5**

المجموع : 14