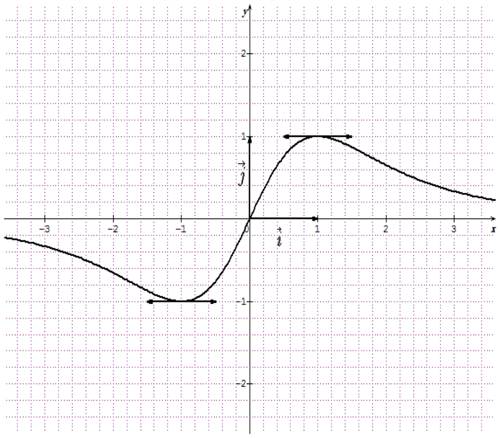
إختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

المستوى: الثالثة علوم تجريبية — المدّة: ساعتان

التمرين الأول:

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ وقابلة للاشتقاق مرتين على $\mathbb{R}$ ، f' منحناها البياني كما هو موضح في الشكل المجاور.



I] أذكر صحة أو خطأ ما يلي مع التبرير

- ⋆ f تقبل قيمة حدية صغرى عند $x_0 = 0$.
- ⋆ f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;-1]$.
- ⋆ f متزايدة تماما على المجال $[-1;0]$.
- ⋆ معادلة مماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 هي: $y = -x + 1$.
- ⋆ $\lim\limits_{x\to -1} \frac{f'(x)-f'(-1)}{x+1} = 0$.

II] ادرس تغيرات الدالة g المعرفة بـ: $g(x) = \frac{1}{f'(x)}$.

التمرين الثاني:

نرمز بـ E لمجموعة الدوال h القابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ، والتي لا تنعدم على $\mathbb{R}$ ، بحيث من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ فإن: $h'(x) + 2h(x) = (h(x))^2$.

f دالة من E ، أثبت أن g الدالة المعرفة بـ $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ، وأنّها حل لمعادلة تفاضلية من الشكل $y' + ay = b$ حيث a و b عددان حقيقيان يطلب تعيينهما.

- ⋆ استنتج أن الدوال من E هي الدوال: $x \longmapsto \frac{2}{2Ke^{2x}+1}$ حيث $K \in \mathbb{R}$.

التمرين الثالث:

I] f دالة معرفة على $[0;+\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{2x}{x+1} - \ln(x+1)$

01− ادرس تغيرات الدالة f .

02− اثبت أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حل وحيد على المجال $]0;+\infty[$ (نرمز إليه بالرمز α)، ثم تحقق أن $\alpha \in]3,9;4[$.

03− استنتج اشارة $f(x)$.

II] g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = e^{-x}\ln(1+e^{2x})$

01− أحسب نهاية g عند أطراف مجموعة التعريف (مع العلم أن $\lim\limits_{y\to -\infty} ye^y = 0$).

02− تحقق أن $e^x g'(x) = f(e^{2x})$ ثم شكل جدول تغيراتها.

03− أثبت أن $g(\frac{\ln \alpha}{2}) = \frac{2\sqrt{\alpha}}{\alpha+1}$ ، ثم مثل g بيانيا في المستوي المنسوب إلى المعلم $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$.