ثانوية محمد طويلب – براقي — يوم 2011/11/24

القسم : 3 رياضي — اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات — المدة : 2 سـا

التمرين الأول (8 نقاط)

f دالة عددية معرفة على IR بـ : $f(x)=1-x+\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. احسب $f'(x)$ ثم استنتج $f'(0)$
2. اثبت انه من اجل كل عدد حقيقي x : $1-\left(x^2+1\right)\sqrt{x^2+1}\le 0$
3. ادرس تغيرات الدالة f
4. اثبت أن $(D): y=-x$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$
5. اثبت أن $(\Delta): y=-x+2$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$
6. برهن أن المعادلة $f(x)=0$ حلا وحيدا حيث $\dfrac{7}{4}<\alpha<2$
7. بين أن النقطة $A(0,1)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f)
8. أنشئ (C_f)
9. ناقش بيانيا حسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x)=-x+m$

التمرين الثاني (6 نقاط)

I. نعتبر المعادلة التفاضلية $y'=-3y+4e^{-2x}$.........(E)

1. حدد العدد الحقيقي λ حتى تكون $g(x)=\lambda e^{-2x}$ حلا للمعادلة (E)
2. نضع $\lambda=4$ و $h(x)=f(x)-g(x)$ حيث f حلا للمعادلة (E)
   - تأكد أن h حلا للمعادلة التفاضلية (E')........$y(0)=1, y'=-3y$
   - حل المعادلة (E') ثم استنتج حلول المعادلة (E)
   - ادرس تغيرات الدالة f على IR ثم أنشئ جدول تغيراتها
   - ارسم (C) التمثيل البياني للدالة f

II. لتكن الدالة $f(x)=3e^{-2x}-4$

- حدد معادلة تفاضلية من الشكل $y'=ay+b$ بحيث تكون f حلا لها.

التمرين الثالث (6 نقاط)

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $[0,+\infty[$ كما يلي : $g(x)=\dfrac{2x}{1+x}-\ln(1+x)$

1. ادرس تغيرات الدالة g على المجال $[0,+\infty[$ وشكل جدول تغيراتها.
2. بين أن للمعادلة $g(x)=0$ حلا وحيدا α بحيث $3,9<\alpha<4$
3. استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $[0,+\infty[$
4. f دالة عددية معرفة على IR بـ : $f(x)=e^{-x}\ln(1+e^{2x})$ و (C) ممثلها في المعلم المتعامد $(O,\vec{i},\vec{j})$ بحيث $\|\vec{j}\|=4$

أ. علما أن $\lim\limits_{t\mapsto 0}\dfrac{\ln(1+t)}{t}=1$ عين نهاية الدالة f عند $-\infty$

ب. بين أن $f(x)=\dfrac{2x}{e^x}+\dfrac{\ln(1+e^{-2x})}{e^x}$ ثم عين نهاية الدالة عند $+\infty$

ت. ادرس تغيرات الدالة f

ث. بين أن $f\left(\dfrac{\ln\alpha}{2}\right)=\dfrac{2\sqrt{\alpha}}{1+\alpha}$.

ج. أنشئ (C). يعطى $\dfrac{\ln\alpha}{2}\simeq 0,6$ و $\dfrac{2\sqrt{\alpha}}{1+\alpha}\simeq 0,8$

بالتوفيق

الإجابة النموذجية وسلم التنقيط

التمرين الأول(8 نقاط)

1 - $f'(x)=-1+\dfrac{1}{\left(x^2+1\right)\sqrt{x^2+1}}$ 0.5

$f'(0)=0$ 0.25

2 - إثبات انه من اجل كل عدد حقيقي x : $1-\left(x^2+1\right)\sqrt{x^2+1}\le 0$ 0.5

3 - دراسة تغيرات الدالة f

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	-		-
$f(x)$	$+\infty$	1	$-\infty$

1.5

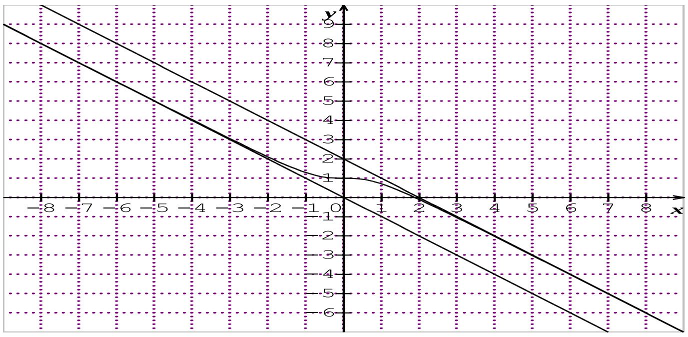
4 - إثبات أن $(D): y=-x$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$.. 0.75

5 - اثبت أن $(\Delta): y=-x+2$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$.. 0.75

6 - برهن أن المعادلة $f(x)=0$ حلا وحيدا حيث $\frac{7}{4}<\alpha<2$.. 1

7 - بين أن النقطة $A(0,1)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f).. 0.5

8 - أنشئ (C_f)



1.25

9 - ناقش بيانيا حسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x)=-x+m$ 1

المجموع	8

التمرين الثاني (6 نقاط)

.1 $\lambda=4$ حتى تكون $g(x)=\lambda e^{-2x}$ حلا للمعادلة (E).. 0.75

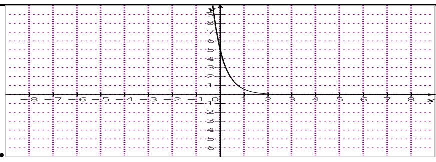
.2 تأكد أن h حلا للمعادلة التفاضلية (E')........$y'=-3y$.. 0.75

.3 حل المعادلة (E') ثم استنتج حلول المعادلة (E).. 1

.4 ادرس تغيرات الدالة f على IR ثم أنشئ جدول تغيراتها

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	-	
$f(x)$	$+\infty$	0

1.5



.... 1

- تحديد معادلة تفاضلية من الشكل $y'=ay+b$ بحيث تكون $f(x)=3e^{-2x}-4$ حلا لها.

بالمطابقة نجد $a=-2$ و $b=8$.. 1

المجموع	6

التمرين الثالث (6 نقاط)

0.25 — 1. ادرس تغيرات الدالة g على المجال $]0,+\infty[$ وشكل جدول تغيراتها. $g'(x)=\dfrac{-x+1}{(x+1)^2}$ ....

1.25

x	0			$+\infty$
$g'(x)$			-	
$g(x)$	0	$\nearrow$	$g(1)$ $\searrow$	$-\infty$

0.5 — 2. بين أن للمعادلة $g(x)=0$ حلا وحيدا α بحيث $3{,}9<\alpha<4$ ....

3. استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0,+\infty[$

0.5

x	0		α		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	-	

4. أ . علما أن $\lim\limits_{t\mapsto 0}\dfrac{\ln(1+t)}{t}=1$ عين نهاية الدالة f عند $-\infty$

0.5 — $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} e^{-x}\,\dfrac{\ln\left(1+e^{2x}\right)}{e^{2x}}=0$ ....

ب - بين أن $f(x)=\dfrac{2x}{e^{x}}+\dfrac{\ln(1+e^{-2x})}{e^{x}}$ عين نهاية الدالة عند $+\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)==0$ ....

ت - ادرس تغيرات الدالة f

0.5 — $f'(x)=e^{-x}\left(\dfrac{2e^{2x}}{1+e^{2x}}-\ln(1+e^{2x})\right)$

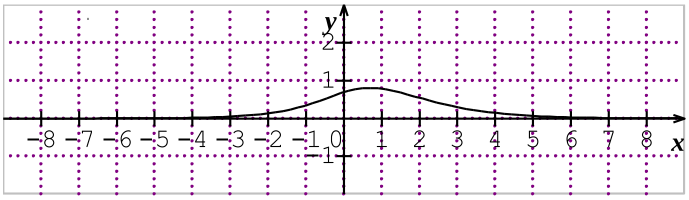
0.5

x	$-\infty$		$\dfrac{\ln\alpha}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	-	
$f(x)$	0	$\nearrow$	$f\left(\dfrac{\ln\alpha}{2}\right)$	$\searrow$	0

1

ج -

1



المجموع	6