امتحان الفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول:

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة التالية: $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

(C_f) تمثيلها البياني في المعلم المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$

1- عين قيم الأعداد الحقيقية d, c, b, a بحيث:

*) المنحنى (C_f) يقطع محور التراتيب في النقطة ذات الترتيب (-4) .

*) المنحنى (C_f) يقبل عند النقطة ذات الفاصلة (-2) مماسا معادلته $y = 5x + 12$.

*) المنحنى (C_f) يقبل عند النقطة ذات الفاصلة $(\frac{-2}{3})$ كنقطة انعطاف .

*) المنحنى (C_f) يقبل مماسا أفقيا عند النقطة ذات الفاصلة (-1) .

2- أدرس تغيرات الدالة f .

التمرين الثاني:

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{0\}$ كما يلي:

$$f(x) = 2x + \frac{e^x}{e^x - 1}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم $(o, \vec{i}, \vec{j})$.

1- احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف .

2- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3- ا) اثبت أن المستقيم ذا المعادلة $y = 2x$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $-\infty$.

ب) احسب $\lim_{x \to +\infty}[f(x) - 2x]$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

4- بين أن النقطة $A(0, \frac{1}{2})$ مركز تناظر لـ (C_f) .

5- أنشئ المنحنى (C_f) .

6- ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط m عدد و إشارة حلول المعادلة التالية:

$$2xe^x - (m-1)e^x - 2x + m = 0$$

التمرين الثالث:

■ g دالة عددية معرفة على المجال $]-1,+\infty[$ كما يلي :

$$g(x)=\frac{x}{x+1}-2\ln(x+1)$$

1- أثبت أن $\lim_{\substack{x\to-1\\ >}} g(x)=-\infty$ وفسر النتيجة هندسيا .

2- أحسب $\lim_{x\to+\infty} g(x)$.

3- أحسب $g'(x)$ وادرس إشارته ثم شكل جدول تغيرات الدالة g.

4- أ) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-0.72,-0.71[$

ب) أحسب $g(0)$ و استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1,+\infty[$.

■ نعتبر الدالة f المعرفة على $]-1,0[\cup]0,+\infty[$ كما يلي :

$$f(x)=\frac{\ln(x+1)}{x^2}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1- أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف. ثم فسر النتائج بيانيا .

2- أ) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1,0[\cup]0,+\infty[$ لدينا :

$$f'(x)=\frac{x.g(x)}{x^4}$$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f .

3- بين أن $f(\alpha)=\frac{1}{2\alpha(\alpha+1)}$ ثم أعط قيمة مقربة إلى 10^{-2} للعدد $f(\alpha)$ بأخذ $\alpha=-0.715$.

4- شكل جدول تغيرات الدالة f .

5- أنشئ المنحنى (C_f) .