

الاختبار الأول في الرياضيات

المدة : 03 ساعات

الأستاذ : بن حسين هـ

قسم : 3 علوم تجريبية

التمرين الأول : 05 ن

لتكن f دالة معرفة و اشتقاقية على المجال $]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$ جدول تغيراتها كالاتي :

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
$f(x)$	0	$+\infty$	4	1

اختر في كل مرة الإجابة الصحيحة من بين هذه الاقتراحات :

1. المعادلة : $f(x) = 2$:

تقبل أكثر من 3 حلول	تقبل ثلاث حلول	تقبل حلين مختلفين	تقبل حل وحيد	لا تقبل حلول
---------------------	----------------	-------------------	--------------	--------------

2. من أجل كل عدد $a \in \mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = a$:

تقبل حل وحيد	تقبل على الأقل حل وحيد	لا تقبل حلول
--------------	------------------------	--------------

3. المنحني الممثل للدالة f :

تقبل مستقيمين مقاربين عموديين	تقبل مستقيم مقارب عمودي	لا تقبل مستقيم مقارب عمودي
-------------------------------	-------------------------	----------------------------

4. المعادلة $f(x) = 0$ تقبل على الأقل حل :

لا يمكن أن نعرف	خطأ	صح
-----------------	-----	----

5. من أجل كل $x \in]3; +\infty[$:

لا يمكن أن نعرف	$f'(x) \geq 0$	$f'(x) \leq 0$
-----------------	----------------	----------------

التمرين الثاني: 05 ن

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$
 نعتبر النقاط $A(2; 1; 3)$ ، $B(-3; -1; -7)$ و $C(3; 2; 4)$

1. بين أن النقاط A, B, C تشكل مستوي

$$\begin{cases} x = -7 + 2t \\ y = -3t \\ z = 4 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

2. ليكن المستقيم (d) ذو التمثيل الوسيطى :• بين أن المستقيم (d) عمودي على المستوي (ABC) • اكتب معادلة ديكرارية للمستوي (ABC) 3. لتكن G النقطة المشتركة بين المستقيم (d) و المستوي (ABC) • بين أن النقطة G هي مرجح النقاط A, B, C مرفقة بالمعاملات $-2, -1, 2$ و على الترتيب• حدد طبيعة Γ_1 مجموعة النقط $M(x, y, z)$ من الفضاء التي تحقق العلاقة :

- $(-2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}) \cdot (\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}) = 0$
- حدد طبيعة Γ_2 مجموعة النقط $M(x, y, z)$ من الفضاء التي تحقق العلاقة :

$$\| -2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} \| = \sqrt{29}$$
 - حدد طبيعة و عناصر مجموعة تقاطع Γ_1 مع Γ_2
 - هل النقطة $S(-8; 1; 3)$ تنتمي إلى المجموعة $\Gamma_1 \cap \Gamma_2$ ؟

المسألة :

- I.** نعتبر الدالة العددية g المعرفة على R كما يلي : $g(x) = x - 1 + e^{-x}$
1. ادرس تغيرات الدالة g على R ثم اكتب جدول تغيراتها . (لاحظ أن $g(0) = 0$)
 2. استنتج إشارة المقدار $g(x)$ ثم استنتج أن : $e^{-x} + x \geq 1$ من أجل كل x من R

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة كما يلي : $f(x) = \frac{x}{x + e^{-x}}$

و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد و متجانس $(O, \overset{!}{i}, \overset{!}{j})$

- بين مما سبق أن مجموعة تعريف الدالة f هي R ؟
- بين أن : $f(x) = \frac{1}{1 + \frac{1}{xe^x}}$ من أجل كل x من R^*
- أحسب : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم أعط تفسيراً هندسياً لهاتين النتيجةين .

• (1) بين أن : $f'(x) = \frac{(x+1)e^{-x}}{(x+e^{-x})^2}$ من أجل كل x من R

(2) ادرس إشارة $f'(x)$ ثم اكتب جدول تغيرات الدالة f

• (1) اكتب معادلة المماس للمنحني (C) في النقطة O مبدأ المعلم

(2) تحقق من أن : $x - f(x) = \frac{xg(x)}{g(x) + 1}$ من أجل كل x من R

ثم ادرس إشارة المقدار $x - f(x)$

(3) استنتج الوضع النسبي للمنحني (C) و المستقيم (Δ) ذو المعادلة : $y = x$ ،

ثم أعط تفسيراً هندسياً لذلك ؟

• أنشئ المنحني (C) و المستقيم (Δ) في المعلم $(O, \overset{!}{i}, \overset{!}{j})$