الأقسام :3همد-3تر-3ع المدة :3سا	اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات.	المؤسسة: ثانوية أحمد البيروني. السنة الدراسية: 2011-2012

التمرين الأول :

1) عين جذور كثير الحدود $P(x)$ حيث : $p(x) = x^2 + 2x - 3$ ثم استنتج تحليلا له .

2) ادرس إشارة كل من $e^x + 3$ و $e^x - 1$ من أجل كل عدد حقيقي x .

3) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة : $e^{2x} + 2e^x - 3 < 0$.

التمرين الثاني :

f الدالة المعرفة كما يلي:

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{1-\cos x}{\sin x} : x \in]-\pi, 0[\cup]0, \pi[\\ f(0) = 0 \end{cases}$$

1)بين أن f مستمرة عند القيمة 0 .

2)بين أن f تقبل الاشتقاق عند القيمة 0 .

التمرين الثالث :

الرسم المرافق يمثل (C) التمثيل البياني لدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ في معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

I) في هذا الجزء،استخدم البيان المعطى للإجابة على الأسئلة التالية :

1)عين حلول المعادلة : $f'(x) = 0$ في المجال $[-2;4]$ ،حيث f' هي الدالة المشتقة للدالة f .

2)عين اتجاه تغير الدالة f على المجال $[-2;4]$.شكل جدول تغيرات f على $\mathbb{R}$.

3)عين عدد حلول المعادلة : $f(x) = 0$ في المجال $[-2;4]$.

II) المنحنى (C) المعطى هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ ب :

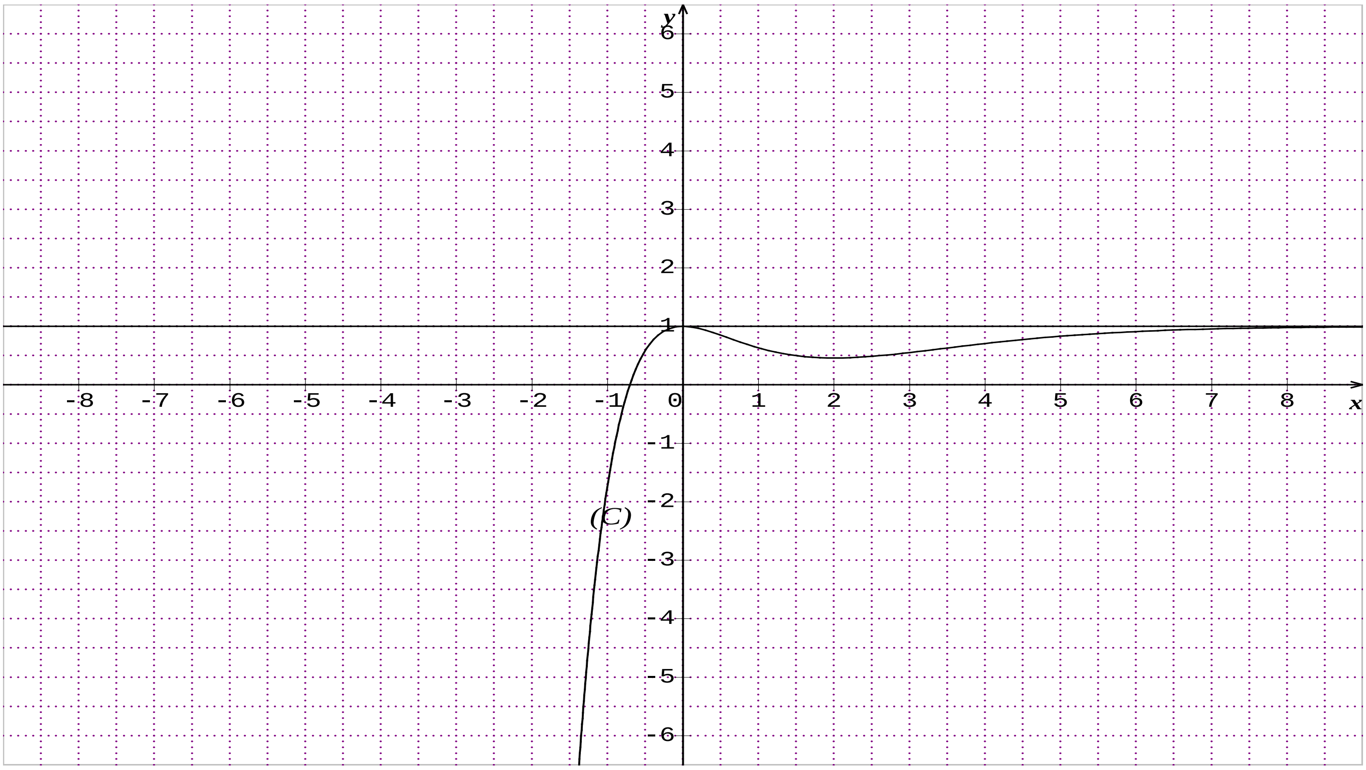
$$f(x) = 1 - x^2 e^{-x}$$

1)اثبت أن (C) يقبل عند $+\infty$ مستقيما مقاربا معادلته $y = 1$.

2)نضع : $h(x) = f(x) - x$

أ)شكل جدول تغيرات الدالة h على المجال $[0;2]$.

ب)استنتج أن المعادلة : $f(x) = x$ تقبل حلا وحيدا في المجال $[0;2]$ نرمز له ب α . (لا يطلب حساب α).



التمرين الرابع :

I) المستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

f دالة معرفة على ℝ بالشكل $f(x)=ax+b+e^{-x}$ ، a و b عددان حقيقيان و (C_f) تمثيلها البياني .

عين العددين ، a و b علما أن (C_f) يقبل في النقطة O مماسا هو حامل محور الفواصل.

II) نضع : $f(x)=x-1+\dfrac{1}{e^x}$

1)ادرس نهايات الدالة f .

2)ادرس اتجاه تغير الدالة f . شكل جدول التغيرات .

3)بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) عند $+\infty$ يطلب تعين معادلة له .

4)عين إحداثي النقطة A من (C_f) حيث المماس (d) عندها يوازى المستقيم الذي معادلته $y=\dfrac{1}{2}x+1$

ثم اكتب معادلة ل (d) .

5)أنشئ (d) و (C_f) .

التمرين الخامس :

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

I) g الدالة العددية المعرفة على ℝ كما يلي : $g(x)=1-(x^2+1)\sqrt{x^2+1}$

1) ادرس نهايات الدالة g .

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g . شكل جدول التغيرات .

3)حل في ℝ المعادلة : $g(x)=0$.

4)استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $1-(x^2+1)\sqrt{x^2+1}\leq 0$

II) لتكن الدالة العددية f المعرفة على ℝ كما يلي :

$f(x)=-x+1+\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ و (C) تمثيلها البياني .

1)اثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$

2)احسب النهايات ،ادرس اتجاه التغير و شكل جدول تغيرات الدالة f .

3)برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)+f(-x)=2$ ماذا تستنتج ؟

4)اكتب معادلة المماس (D) للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

5)بين أن المعادلة : $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا β حيث $1<\beta<2$.

6)احسب $\lim_{x\to+\infty}[f(x)+x-2]$ ماذا تستنتج ؟

احسب $\lim_{x\to-\infty}[f(x)+x]$ ماذا تستنتج ؟

7)انشئ (C) .

8)ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول x :

$$(-x+1)\sqrt{x^2+1}=m\sqrt{x^2+1}-x$$

بالتوفيق

تصحيح اختبار الفصل الأول.

التمرين الأول: 1)جذرا $p(x)$ هما 1 و-3 (0.5 ن) $p(x)=(x-1)(x+3)$ (0.25 ن)

2)($e^x+3>0 : x\in\mathbb{R}$) و($e^x-1=0$ يكافئ $x=0$ و $e^x-1<0$ تكافئ $x<0$ و $e^x-1>0$ تكافئ $x>0$ (0.75ن)

3) $e^{2x}+2e^x-3<0$ تكافئ $(e^x-1)(e^x+3)<0$ تكافئ $e^x-1<0$ معناه $x<0$ أي $x\in]-\infty,0[$ (0.5 ن)

التمرين الثاني: 1)الدالة f مستمرة عند القيمة 0 لان: $\lim_{x\to0} f(x)=\lim_{x\to0}(\frac{1-\cos^2 x}{(1+\cos x)\sin x})=\lim_{x\to0}(\frac{\sin x}{1+\cos x})=0$

و $f(0)=0$ اي $\lim_{x\to0} f(x)=f(0)$ (1 ن)

2)الدالة f تقبل الاشتقاق عند القيمة 0 لان:

$$\lim_{x\to0}(\frac{f(x)-f(0)}{x-0})=\lim_{x\to0}(\frac{1-\cos x}{x\sin x})=\lim_{x\to0}(\frac{\sin x}{x(1+\cos x)})=\lim_{x\to0}(\frac{\sin x}{x}\times\frac{1}{1+\cos x})$$

$$\lim_{x\to0}\frac{f(x)-f(0)}{x}=1\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}=f'(0)$$ (1 ن)

التمرين الثالث : (I **1)** حلول المعادلة $f'(x)=0$ في المجال $[0;2]$: هي فواصل نقط المنحنى (C) التي يكون معامل توجيه المماس فيها معدوما و هي :0 ،2. (0.5)

2) الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين $[-2;0]$ و $[2;4]$. f متناقصة تماما على المجال $[0;2]$ (0.5 ن)

جدول تغيرات f على $\mathbb{R}$:

x	-∞		0		2		+∞
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	-∞	↗	1	↘	0.5	↗	1

3)عدد حلول المعادلة $f(x)=0$ على المجال $[-2;4]$ هي فواصل نقط تقاطع (C) مع القطعة المستقيمة $[AB]$ حيث $A(-2,0)$ و $B(4,0)$ يوجد حل وحيد و هو -0.75 . (0.25 ن)

(II 1) $y=1$ معادلة مستقيم مقارب للمنحنى (C) بجوار +∞ لأن : $\lim_{x\to+\infty} f(x)=1$ (1 ن)

أو $\lim_{x\to+\infty}(f(x)-1)=0$

2) جدول تغيرات الدالة h على المجال $[0;2]$ $h'(x)=xe^{-x}(x-2)-1 : x\in[0;2]$ (0.5ن)

$h'(x)<0 : x\in[0;2]$ لأن $x\geq0; x-2\leq0; e^{-x}>0 : x\in\mathbb{R}$ (0.5 ن)

الدالة h متناقصة تماما على المجال $[0;2]$

x	0		2
$h'(x)$		-	
$h(x)$	1	↘	$-\frac{4}{e2}-1$

المعادلة $f(x)=x$ تقبل حلا وحيدا في $[0;2]$ لأن $f(x)=x$ تكافئ $f(x)-x=0$ تكافئ $h(x)=0$ و الدالة h مستمرة و رتيبة تماما(متناقصة تماما) على $[0;2]$ و $h(0)=1, h(2)=-1-\frac{4}{e^2}$ ($h(0)\times h(2)<0$) (0.5 ن)

اذن يوجد α حيث 2 > α > 0 يحقق $h(\alpha)=0$.

التمرين الرابع : (I (C_f) يقبل مماسا في النقطة 0 هو (xx') معناه $f'(0)=0$ و $f(0)=0$ نجد $a=1;b=-1$ (1ن)

(II 1) $\lim_{x\to-\infty} f(x)=+\infty;\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ (0.5 ن)

2) $f'(x)=1-e^{-x} : x\in\mathbb{R}$. الدالة f متزايدة تماما على المجال $[0;+\infty[$ و متناقصة تماما على $]-\infty;0]$ (0.5 ن)

جدول التغيرات:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
F'(x)	-	0	+
F(x)	$+\infty$ ↘	0	↗ $+\infty$

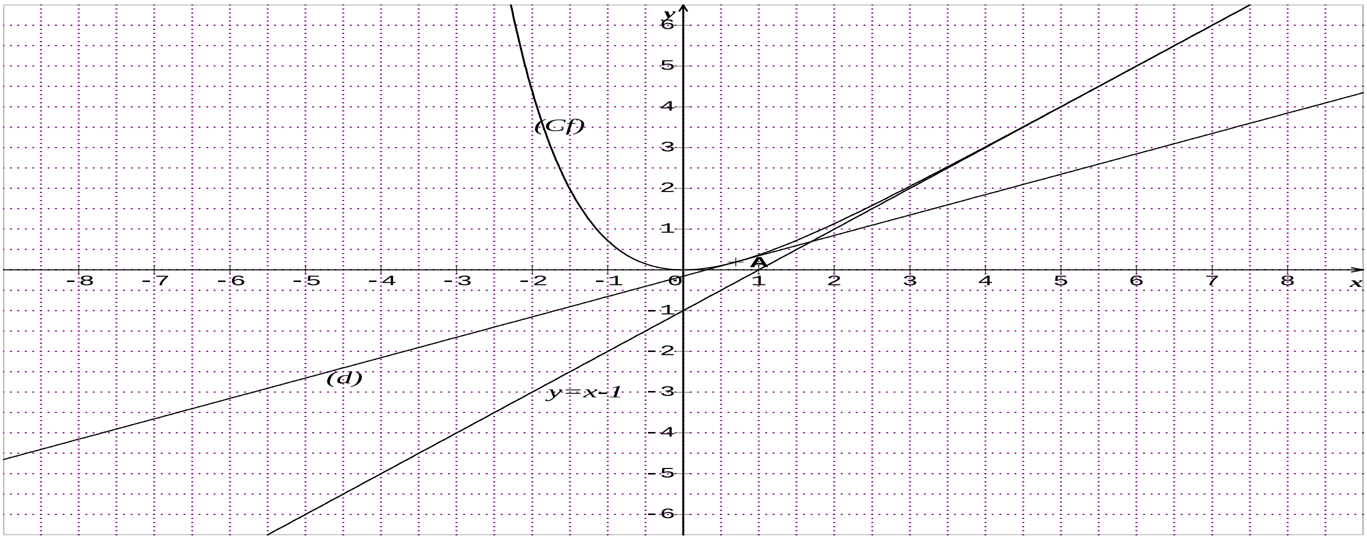
3)المستقيم (Δ) الذي معادلته : $y=x-1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$ لان : (0.5 ن)

$$\lim_{x\to+\infty}(f(x)-x+1)=\lim_{x\to+\infty}(\frac{1}{e^x})=0$$

4)) (d) يوازي المستقيم ذو المعادلة $y=\frac{1}{2}x+1$)معناه $f'(x)=\frac{1}{2}$ تكافئ $e^{-x}=\frac{1}{2}$ ونجد $x=Ln2$ و

$A(Ln2;\ln 2-\frac{1}{2})$ و $(d): y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}\ln 2-\frac{1}{2}$ (0.5 ن+0.5ن+0.5ن)

5)انشاء (d) و (C_f) : (1 ن)



التمرين الخامس : I) 1) $\lim_{x\to+\infty}g(x)=-\infty;\lim_{x\to-\infty}g(x)=-\infty$ (0.5 ن)

2) $g'(x)=\frac{-3x(x^2+1)}{\sqrt{x^2+1}} : x\in\mathbb{R}$ (0.5ن) . الدالة g متزايدة تماما على $]-\infty;0]$.متناقصة تماما على $[0;+\infty[$ (1/4)

x	$+\infty$	0	$-\infty$
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$	$-\infty$ ↗	0	↘ $-\infty$

3)المعادلة : $g(x)=0$ تكافئ $x=0$ (0.25 ن)

4) من جدول التغيرات نلاحظ أن: $g(x)\leq 0$ (0.25 ن)

II) 1) الدالة المشتقة : $f'(x)=-1+\frac{\sqrt{x^2+1}-x\times\frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}}}{(\sqrt{x^2+1})^2} : x\in\mathbb{R}$

$f'(x)=\frac{g(x)}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}} : x\in\mathbb{R}$ (0.5 ن)

2) $\lim_{x\to+\infty}f(x)=-\infty;\lim_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$ (0.5 ن)

الدالة f متناقصة تماما على $\mathbb{R}$ (0.5 ن)

جدول التغيرات:

x	$-\infty$ 0 $+\infty$
$f(x)$	- 0 -
$f(x)$	$-\infty$

x	$-\infty$ 0 $+\infty$
$f'(x)$	- 0 -
$f(x)$	$+\infty$ $\searrow$ $-\infty$

3) $f(x)+f(-x)=-x+1+\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}+x+1-\frac{x}{\sqrt{x^2+1}} : x\in\mathbb{R}$ النقطة $(0,1)$ مركز تناظر للمنحنى. (0.5 ن)

$f(x)+f(-x)=2 : x\in\mathbb{R}$

4)معادلة المماس : $y=1 : (D)$ (0.25 ن)

5)المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا β يحقق: $1<\beta<2$ لان الدالة f مستمرة ومتناقصة تماما