

التمرين الأول: (3.75)

f دالة قابلة للاشتقاق على $]0, +\infty[$ حيث يعطى جدول تغيراتها:

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$		1	

ميز الجمل الصحيحة والجمل الخاطئة مبررا ذلك :

1/ من أجل كل $x \in]0, 1[$ ، $f(x) \leq 1$

2/ المستقيم ذو المعادلة $x = 0$ هو مماس لمنحنى الدالة f

3/ إذا كان $a > 1$ ، فإن $f(a) \leq 1$

4/ يكون مماس لمنحنى الدالة f عند النقطة ذات الفاصلة 1 موازيا لحامل محور الترتيب

5/ المعادلة $f(x) = 0$ لا تقبل حولا في المجال $]0, 1[$

التمرين الثاني (4 ن)

f دالة عددية معرفة على المجال $]0, +\infty[$ بـ: $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$

1/ تحقق أن $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}$

2/ استنتج أن $\frac{1}{2\sqrt{x+1}} \leq f(x) \leq \frac{1}{2\sqrt{x}}$

3/ ماهى نهاية f عند $+\infty$

4/ بين أنه عندما يكون $x \geq 1$ يكون $\frac{1}{2} \leq \frac{x}{x+1} \leq 1$

5/ استنتج $\lim_{+\infty} \frac{x}{(x+1)\sqrt{x}}$

التمرين الثالث: (6)

نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = x - \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$. (C) المنحنى الممثل للدالة f فى معلم متعامد ومتجانس

1/ تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = x - 1 + \frac{2}{e^x + 1}$ و $f(x) = x + 1 - \frac{2e^x}{e^x + 1}$

2/ أدرس نهايات الدالة f عند $+\infty$ وعند $-\infty$

3/ بين أن المستقيمين (Δ) و (Δ') اللذين معادلتهما على الترتيب $y = x + 1$ و $y = x - 1$ مغايران ل (C) عند $+\infty$ و $-\infty$

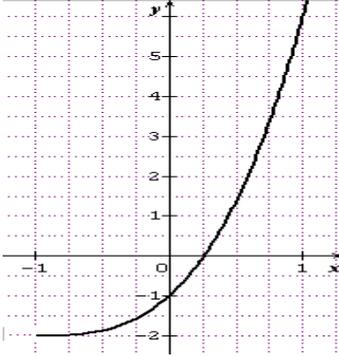
4/ حدد وضعية المنحنى (C) بالنسبة إلى كل من (Δ) و (Δ')

5/ بين أن الدالة f فردية ثم أدرس تغيرات الدالة f على المجال $[0, +\infty[$

6/ أكتب معادلة المماس (Δ'') للمنحنى (C) عند النقطة التي فاصلتها 0

7/ أرسم المستقيمتين الثلاث والمنحنى (C)

التمرين الرابع (5, 75)



المنحنى (C) المقابل هو التمثيل البياني للدالة العددية g المعرفة على المجال $]-1, +\infty[$ كما يلي :

$$g(x) = x^3 + 3x^2 + 3x - 1$$

1- أ/ بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات الدالة g وحدد $g(0)$ وإشارة $g(\frac{1}{2})$

ب/ علل وجود عدد حقيقي α وحيد من المجال $]\frac{1}{2}, 0[$ يحقق $g(\alpha) = 0$. استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1, +\infty[$

2/ لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1, +\infty[$ بما يلي : $f(x) = \frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 2}{(x+1)^2}$ وليكن (Γ) تمثيلها

البياني في معلم متعامد (o, \vec{i}, \vec{j})

أ/ تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1, +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^3}$ حيث f' هي الدالة المشتقة للدالة f

ب/ عين دون حساب $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$ وفسر النتيجة بيانيا

ج/ أحسب $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x+1)]$ وفسر النتيجة بيانيا

د/ شكل جدول تغيرات الدالة f

و/ نأخذ $\alpha = 0.26$ عين مدور $f(\alpha)$ إلى 10^{-2} . أرسم المنحنى (Γ)