المـــــــــؤسسة: ثانوية هواري بومدين — يـــــــــــــــوم: 2010/11/30 م.

(اليشير) - ولاية بـــرج بوعريريج - . — الموافق لـ: 24 ذي الحجة 1431 هـ .

اختبار الثلاثي الأول في الرياضيات

المستوى و الشعبة: الثالثة ثانوي " علوم تجريبية ". — ***المدة***: ساعتان.

التمرين الأول: (05 ن)

f دالة قابلة للاشتقاق على كل مجال من مجموعة تعريفها ، (C) تمثيلها البياني في معلم وجدول تغيراتها هوالجدول المـــقــــــــــابل:

x	$-\infty$	1	5	11	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$ ‖ $+$	0	$-$
$f(x)$	$3 \searrow -1 \nearrow +\infty$		‖	$-\infty \nearrow 1 \searrow -\infty$	

- اذكر إن كانت كل جملة من الجمل الآتية **صحيحة** أم **خاطئة** مع **التبرير** .

1. الدالة f فردية .

2. من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty;1]$ فإن: $f(x)\in[-1;3]$.

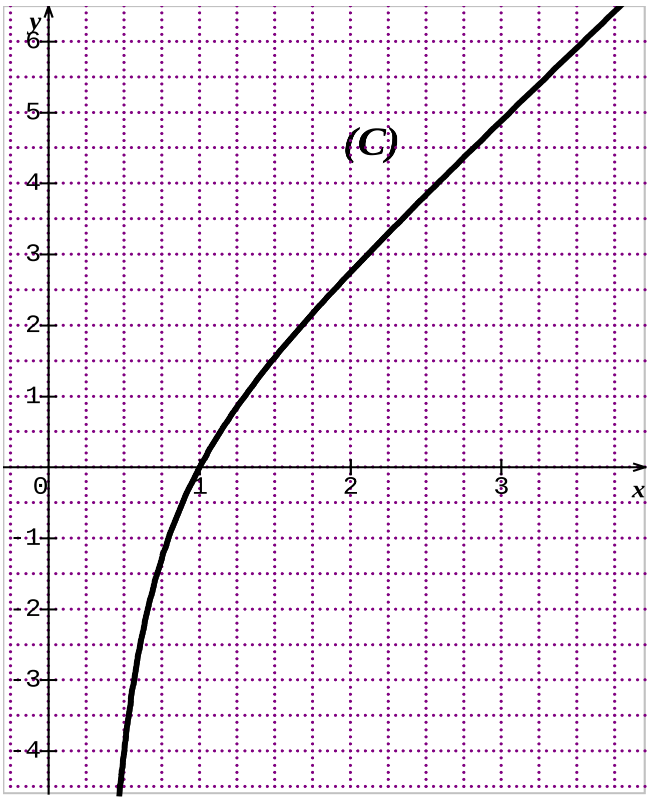
3. المنحنى (C) يقبل مستقيمين مقاربين موازيين لحامل محور الفواصل .

4. المنحنى (C) يقطع حامل محور الفواصل .

5. المنحنى (C) يقبل في النقطة ذات الفاصلة 2 مماسا موازيا للمستقيم المعرف بالمعادلة $y=-x+1$.

التمرين الثاني: (7.50 ن)

- f الدالة المعرفة على المجموعة $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=2x-1-\dfrac{1}{x^2}$ و (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد . (انظر الشكل المقابل)



1.

أ) باستعمال المنحنى (C) ، ضع تخمينا حول اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0;+\infty[$.

ب) أثبت صحة التخمين دون استعمال المشتقة .

2.

أ) شكل جدول تغيرات الدالة f (النهايات غير مطلوبة).

ب) استنتج إشارة $f(x)$ على المجال $]0;+\infty[$. كيف يترجم ذلك على التمثيل البياني المقابل ؟

3. بين أن المنحنى (C) يقبل مماسا معامل توجيهه 4 .

4. g الدالة المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=2e^{x}-1-\frac{1}{e^{2x}}$.

أ) بين أن الدالة g مركب دالتين يطلب تعيينهما .

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة g دون استعمال المشتقة .

<u>التمرين الثالث</u>: (07.50 ن)

- f الدالة المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}-\{3\}$ كما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=x^2-3x+2; x\in\left]-\infty;1\right] \\ f(x)=\dfrac{x^2-1}{x-3}; x\in\left]1;3\right[\cup\left]3;+\infty\right[\end{cases}$$

(C) التمثيل البياني للدالة f في معلم .

1. ادرس نهاية الدالة f عند كل حد من حدود مجالات مجموعة تعريفها .

2. أ) ادرس استمرارية الدالة f عند العدد 1 .

ب) ادرس استمرارية الدالة f على المجال $\left]-\infty;3\right[$.

3. احسب كلا من $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ <}}\frac{f(x)}{x-1}$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ >}}\frac{f(x)}{x-1}$. ماذا تستنتج ؟ . فسر النتيجة بيانيا .

4. اكتب معادلة للمستقيم (Δ) المماس للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

الإجابة و سلم التنقيط (الاختبار الأول للثلاثي الأول - الثالثة ثانوي علوم تجريبية - [2010-2011])

الإجابة	العلامة	الإجابة	العلامة

التمرين الأول: (05 ن)

1. نلاحظ أن $(-5)\in D_f$ لكن $5\notin D_f$.
إذن: الدالة f ليست فردية . — 0.75
ومنه: الجملة 1. خاطئة . — 0.25

2. حسب جدول تغيرات الدالة فإن: من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty;1]$ فإن: $f(x)\in[-1;3[$. — 0.75
ومنه: الجملة 2. خاطئة . — 0.25

3. لدينا: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=3$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$
إذن: (C) يقبل ؛ مستقيما مقاربا واحدا موازيا لحامل محور الفواصل ؛ عند $-\infty$ ؛ معرفا بالمعادلة : $y=3$. — 0.75
ومنه: الجملة 3. خاطئة . — 0.25

4. حسب جدول تغيرات الدالة f فإن المنحنى (C) يقطع حامل محور الفواصل في أربع نقط . — 0.75
ومنه: الجملة 4. صحيحة . — 0.25

5. معامل توجيه المستقيم المعرف بالمعادلة: $y=-x+1$ هو (-1) و هو سالب تماما و $f'(2)>0$. — 0.75
ومنه: الجملة 5. خاطئة . — 0.25

التمرين الثاني: (7.50 ن)

1.أ) باستعمال المنحنى (C) ، يمكن وضع التخمين التالي: الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$. — 0.25

ب) لدينا: $f=f_1+f_2$ حيث: — 0.25
$f_1(x)=2x-1$ و $f_2(x)=-\frac{1}{x^2}$

- الدالة f_1 دالة تآلفية متزايدة تماما على المجموعة $\mathbb{R}$ لأن $2>0$ فهي كذلك على المجال $]0;+\infty[$. — 0.25
- الدالة " مربع " متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$

إذن: مقلوبها دالة متناقصة تماما على المجال $]0;+\infty[$ — 0.50
و بالتالي الدالة f_2 متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$.
و أخيرا: الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$. مما يثبت صحة التخمين . — 0.25

2. أ) جدول تغيرات الدالة f هو : — 0.50

x	0	**1**	$+\infty$
$f(x)$	‖	**0** ↗	↗

ب) * لدينا: $f(1)=0$ — 0.25
و حسب جدول تغيرات الدالة f فإن: الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين $]0;1[$ ، $]1;+\infty[$.
إذن:
- إذا كان $x\in]0;1[$ فإن: $f(x)<0$.
- إذا كان $x\in]1;+\infty[$ فإن: $f(x)>0$. — 0.50

*- على المجال $]0;1[$ ، (C) أسفل حامل محور الفواصل
- على المجال $]1;+\infty[$ ، (C) أعلى حامل محور الفواصل . — 0.25 X 3
- (C) يقطع حامل محور الفواصل في النقطة ذات الإحداثيتين $(1;0)$.

3. نحل ؛ في المجال $]0;+\infty[$ ؛ المعادلة: — 0.25
$f'(x)=4$ ...(1)
من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ فإن: $f'(x)=2+\frac{2x}{x^4}$ أي: — 0.75
$f'(x)=2+\frac{2}{x^3}$ إذن: من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ فإن: (1) تكافئ: $2+\frac{2}{x^3}=4$ — 01.00
أي: $\frac{2}{x^3}=2$ أي: $x^3=1$ أي: $x=1$.
ومنه: (C) يقبل مماسا معامل توجيهه 4 و ذلك عند النقطة التي فاصلتها 1 .

4.
أ) من أجل كل عدد حقيقي x فإن:
$$g(x)=2e^x-1-\frac{1}{(e^x)^2}$$ — 01.00
أي: $g(x)=f(e^x)$ أي: $g(x)=fo\exp$.

ب) الدالة "exp" متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ و تأخذ قيمها في المجال $]0;+\infty[$ و الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$. — 01.00
إذن: الدالة g متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$.

التمرين الثالث: (07.50 ن)

1.* $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}(x^2-3x+2)$
أي: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}(x^2)$ — 0.50
أي: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$.

* $\lim\limits_{\substack{x\to1\\<}} f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to1\\<}}(x^2-3x+2)$.

الإجابة	العلامة
أي: $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} 1} f(x)=0$.	0.25
* $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 1} f(x)=\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 1}(\frac{x^2-1}{x-3})$	
أي: $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 1} f(x)=0$.	0.25
* $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} 3} f(x)=\lim\limits_{x \overset{<}{\to} 3}(\frac{x^2-1}{x-3})$	
- لما $x \overset{<}{\to} 3$ فإن: $\begin{cases}(x^2-1)\to 8\\(x-3)\to 0^-\end{cases}$	0.50
إذن: $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} 3} f(x)=-\infty$.	
* $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 3} f(x)=\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 3}(\frac{x^2-1}{x-3})$	
- لما $x \overset{>}{\to} 3$ فإن: $\begin{cases}(x^2-1)\to 8\\(x-3)\to 0^+\end{cases}$	0.50
إذن: $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 3} f(x)=+\infty$.	
* $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(\frac{x^2-1}{x-3})$	
أي: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(\frac{x^2}{x})$ أي: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(x)$ أي: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.	0.50
2. أ) - العدد 1 غيرمعزول من D_f .	0.25
- لدينا: $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} 1} f(x)=0$ و $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 1} f(x)=0$	
إذن: $\lim\limits_{x\to1} f(x)=0$ أي: $\lim\limits_{x\to1} f(x)=f(1)$	
ومنه الدالة f مستمرة عند 1 .	0.50
ب) - الدالة f مستمرة على المجال $]-\infty;1[$ لأنها كذلك على $\mathbb{R}$ لأنها دالة كثير الحدود..(1)	0.25
- الدالة f مستمرة على المجال $]1;3[$ لأنه مجال من مجموعة تعريفها وهي دالة ناطقة ...(2)	0.25
- الدالة f مستمرة عند 1 ...(3)	0.25
من (1) ، (2) و (3) نستنتج أن الدالة f مستمرة على المجال $]-\infty;3[$.	
3. * - إذا كان $x\in]-\infty;1[$ فإن:	
$\frac{f(x)}{x-1}=\frac{x^2-3x+2}{x-1}$	0.25

الإجابة	العلامة
لما $x \overset{<}{\to} 1$ فإن: $\begin{cases}(x^2-3x+2)\to 0\\(x-1)\to 0\end{cases}$	
إذن: $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} 1} \frac{f(x)}{x-1}$ حالة عدم التعيين .	0.25
<u>إزالة حالة عدم التعيين:</u>	
$\lim\limits_{x \overset{<}{\to} 1} \frac{f(x)}{x-1}=\lim\limits_{x \overset{<}{\to} 1} \frac{(x-1)(x-2)}{x-1}$	
أي: $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} 1} \frac{f(x)}{x-1}=\lim\limits_{x \overset{<}{\to} 1}(x-2)$	0.50
أي: $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} 1} \frac{f(x)}{x-1}=-1$.	
- إذا كان $x\in]1;3[\cup]3;+\infty[$ فإن:	
$\frac{f(x)}{x-1}=\frac{x^2-1}{(x-3)(x-1)}$	0.25
لما $x \overset{>}{\to} 1$ فإن: $\begin{cases}(x^2-1)\to 0\\(x-3)(x-1)\to 0\end{cases}$	
إذن: $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 1} \frac{f(x)}{x-1}$ حالة عدم التعيين .	0.25
<u>إزالة حالة عدم التعيين:</u>	
$\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 1} \frac{f(x)}{x-1}=\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 1} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-3)(x-1)}$	
أي: $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 1} \frac{f(x)}{x-1}=\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 1} \frac{x+1}{x-3}$	0.50
أي: $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} 1} \frac{f(x)}{x-1}=-1$.	
* مما سبق نستنتج أن الدالة f قابلة للاشتقاق عند العدد 1 من اليمين ومن اليسار و عددها المشتق عند 1 من اليمين و من اليسار هو (-1) . إذن: الدالة f قابلة للاشتقاق عند 1 و $f'(1)=-1$.	0.50
* المنحنى (C) يقبل عند النقطة ذات الفاصلة 1 مماسا معامل توجيهه (-1) .	0.25
4. المماس (Δ) معرف بالمعادلة: $y=f'(1)(x-1)+f(1)$ أي: $y=-x+1$.	0.75