



المدة
ساعتان

التمرين الأول في مادة الرياضيات

ديسمبر 2012

التمرين الأول (12 نقطة)

ستوي منسوب إلى معلم متعامد $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = e^x - xe^x + 1$

(أ) أدرس تغيرات الدالة g وشكل جدول تغيراتها

(ب) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[1,27; 1,28]$ استنتج إشارة $g(x)$

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = \frac{4x}{e^{x+1}}$ و (C_f) منحنى الدالة f

1- (أ) أحسب نهاية الدالة f عن $-\infty$

(ب) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة: $y = 4x$ مقارب لـ (C_f) في جوار $-\infty$ وادرس الوضع النسبي بينهما

(ج) أحسب نهاية الدالة f عن $+\infty$ فسر النتيجة بيانيا

2- (أ) بين f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و أحسب $f'(x)$

(ب) أدرس اتجاه تغير الدالة f . ثم شكل جدول تغيراتها

3 - بين أن: $f(\alpha) = 4\alpha - 4$ ثم أعط حصرا لـ: $f(\alpha)$

4- أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0

5- أرسم المماس (T) و المنحنى (C_f)

6- m عدد حقيقي غير معدوم ناقش حسب قيم m عدد وإشارة حلول المعادلة: $e^x = 4mx - 1$

(III) نعتبر الدالة h المعرفة على $[0; +\infty[$ كما يلي: $h(x) = \frac{4}{e^{x+1}}$

C_h منحنى الدالة h معطى في الشكل المقابل

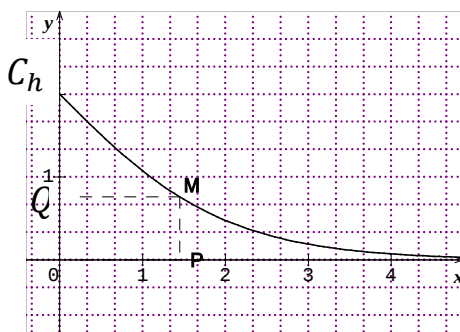
و ليكن x عدد حقيقي موجب تماما

ونعتبر النقط $Q(0; h(x))$ و $P(x; 0)$ و $M(x; h(x))$

(أ) برهن أن مساحة المستطيل $OPMQ$ تساوي $\frac{4x}{e^{x+1}}$

(ب) بين أن هذه المساحة تكون أعظمية من أجل: $x = \alpha$

(α هو العدد المعروف في السؤال (I ج))



التمرين الثاني (8 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على : $]0, +\infty[$ $f(x) = \frac{(\ln x)^2}{x}$
 (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد $(o, \vec{i}, \vec{j})$ $\|\vec{i}\| = 1\text{cm}$ و $\|\vec{j}\| = 2\text{cm}$
 (1) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ، و بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ فسر النتيجة هندسيا

(2) أ بين أنه من أجل كل x من $]0, +\infty[$: $f'(x) = \frac{(2-\ln x) \times \ln x}{x^2}$

(ب) * استنتج اتجاه تغير الدالة f * شكل جدول التغيرات
 (3) أكتب معادلة المماس (T) في النقطة ذات الفاصلة e

(4) أرسم المماس (T) و المنحني (C_f)

(II) (1) g الدالة العددية المعرفة على $]-\infty; 0]$ بالشكل : $g(x) = f(e^x)$
 باستعمال مركب دالتين ودون تعيين العبارة $g(x)$

(أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

(ب) أدرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها

(2) h الدالة العددية المعرفة على $]1, +\infty[$ بالشكل : $h(x) = \frac{1}{f(x)}$

(أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow 1^+} h(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$

(ب) عبر عن $h'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$

أدرس اتجاه تغير الدالة h وشكل جدول تغيراتها