المستوى : 3 ع ت

المـدة : 03 ساعات و نصف

الاختبار الأول في الرياضيات

ثانوية الخيثر

2010 – 2011

التمرين الأول : (05.5 نقطة)

ليكن كثير الحدود : $P(x) = -2x^3 + 3x^2 + 11x - 6$.

* تحقق أن : $P(x) = (2x-1)(x+2)(3-x)$.

* حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $P(x) = 0$ ، و المتراجحة : $P(x) > 0$.

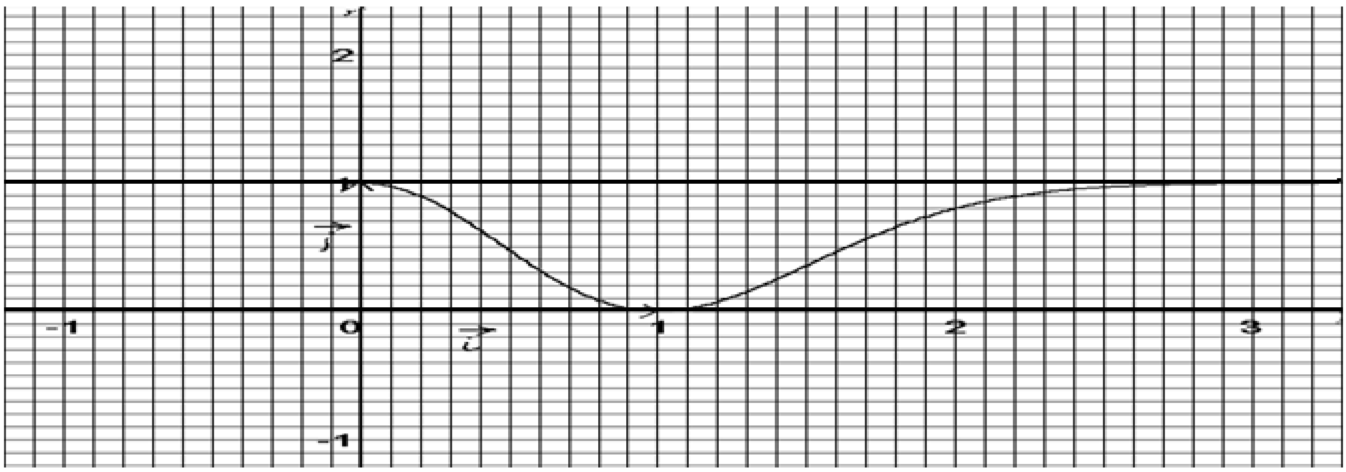
* استنتج حلول المعادلة : $-2(\ln x)^3 + 3(\ln x)^2 + 11\ln x - 6 = 0$.

* استنتج حلول المتراجحة : $-2e^{2x} + 3e^{x} - 6e^{-x} + 11 > 0$.

التمرين الثاني : (03.5 نقطة)

نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $[0 ; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = 1 - x^2 e^{1-x^2}$.

تمثيلها البياني (C_g) ومستقيمها المقارب (Δ) الذي معادلته $y = 1$ ممثلان في الشكل المقابل .



1) برر الخواص التالية المقروءة على التمثيل البياني .

* المستقيم (Δ) مقارب للمنحنى (C_g) عند $+\infty$.

* المنحنى (C_g) تحت المستقيم (Δ) على $[0 ; +\infty[$.

* الدالة g متناقصة على $[0 ; 1]$ و متزايدة على $[1 ; +\infty[$.

2) m عدد حقيقي . عين عدد و إشارة حلول المعادلة : $g(x) = m$ على المجال $[0 ; +\infty[$.

اقلب الصفحة

التمرين الثالث : (11 النقطة)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0 ; +\infty[$ بـ : $g(x) = x + 1 + \ln x$.

1 – عين نهايتي الدالة g عند 0 و عند $+\infty$.

2 – ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها .

3 – بين أن المعادلة: $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0 ; \frac{1}{2}[$.

4 – حدد حسب قيم x إشارة $g(x)$ على المجال $]0 ; +\infty[$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $[0 ; +\infty[$ بـ : $\begin{cases} f(x) = \dfrac{x \ln x}{x+1} & : \quad x \in]0 ; +\infty[\\ f(0) = 0 \end{cases}$

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$. حيث وحدة الأطوال هي 4 cm .

* بين أن الدالة f مستمرة على $[0 ; +\infty[$.

* هل تقبل الدالة f الاشتقاق عند 0 ؟ فسر النتيجة هندسيا .

* من أجل من $]0 ; +\infty[$ ، بين أن : $f'(x) = \dfrac{g(x)}{(x+1)^2}$ ، استنتج اتجاه تغير الدالة f .

* احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$.

* تحقق أن : $f(\alpha) = -\alpha$ ، ثم أعط حصرا لـ $f(\alpha)$.

* شكل جدول تغيرات الدالة f . ثم استنتج إشارة $f(x)$.

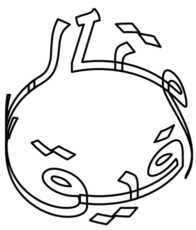
* ليكن (Γ) التمثيل البياني للدالة : $x \mapsto \ln x$ في المعلم $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$.

- ادرس الأوضاع النسبية للمنحنيين (C_f) و (Γ) .

- احسب النهاية : $\lim_{x \to +\infty} [f(x) - \ln x]$. فسر النتيجة هندسيا .

* أنشئ في نفس المعلم المنحنيين (C_f) و (Γ) .

أستاذ المادة



انتهى