

الاختبار الأول في الرياضيات

الأقسام: الثالثة تقني رياضي +3 ع ت

1.2 المدة: 2س

التمرين الأول :

1. نعتبر المعادلة التفاضلية التالية :

$$(E) \dots y' + y = e^{-x}$$

بين أن الدالة f المعرفة على R كما يلي $f(x) = xe^{-x}$ هي حل للمعادلة (E)

2. نعتبر المعادلة التفاضلية التالية :

$$(E') \dots y' + y = 0$$

• حل المعادلة التفاضلية (E')

• نعتبر دالة g معرفة و اشتقاقية على R :

أثبت أن : تكون g حل للمعادلة التفاضلية (E) إذا كانت $g - f$ حل للمعادلة التفاضلية (E')

• استنتج جميع حلول المعادلة التفاضلية ()

• أوجد الحل الوحيد للمعادلة التفاضلية (E) الذي يحقق : $g(0) = 2$

التمرين الثاني :

$$(I) \quad 1) \quad \text{نذكر أن : } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty \text{ بين أن : } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$$

$$(2) \quad \text{استنتج أن من أجل كل عدد طبيعي } n \text{ غير معدوم : } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^n} = 0 \text{ (ضع } t = x^n \text{)}$$

(II) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي :

$$g(x) = x^2 - 2 + \ln(x)$$

○ ادرس تغيرات الدالة g على $]0; +\infty[$

○ بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حل وحيد α بحيث : $\alpha \in]1, 31 ; 1, 32[$

○ استنتج إشارة المقدار $g(x)$ من أجل كل x من المجال $]0; +\infty[$

○ أثبت أن : $\ln(\alpha) = 2 - \alpha^2$

(III) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي :

$$f(x) = x^2 + (2 - \ln x)^2$$

و ليكن (C_f) بيان الدالة f في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس (o, \vec{i}, \vec{j})

○ أحسب نهاية الدالة f عند 0^+ ، ثم قدم تفسيراً مناسباً للنتيجة

○ أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ ، ثم بين أن يقبل فرع لا نهائي باتجاه محور الترتيب

○ أحسب مشتقة الدالة بدلالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

(VI) في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس (o, \vec{i}, \vec{j}) نعتبر مايلي :

• بيان الدالة اللوغارتمية النيبيرية (\ln)

• نقطة $A(0 ; 2)$ من المستوى

• نقطة M من (δ) فاصلتها x حيث $x \in]0 ; +\infty[$

1. بين أن : $AM = \sqrt{f(x)}$ حيث AM هي المسافة بين النقطتين A و M

2. نعتبر الدالة العددية h المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي : $h(x) = \sqrt{f(x)}$

• بين أن الدالتين f و h لهما نفس اتجاه التغيرات في المجال $]0; +\infty[$

• بين أن المسافة AM تكون أصغر ما يمكن في نقطة من (δ) بيان الدالة (\ln) في نقطة P

يطلب تعيين إحداثياتها

• بين أن : $AP = \alpha \sqrt{1 + \alpha^2}$

• هل المستقيم (AP) عمودي على المماس (T) للمنحنى (δ) بيان الدالة (\ln) في النقطة P

بالتوفيق انتهى.