

## الاختبار الأول في الرياضيات

الأقسام: الثالثة تقني رياضي +3 ع ت

1.2 المدة: 2س

التمرين الأول :

1. نعتبر المعادلة التفاضلية التالية :

$$(E) \dots\dots y' + y = e^{-x}$$

بين أن الدالة  $f$  المعرفة على  $R$  كما يلي  $f(x) = xe^{-x}$  هي حل للمعادلة (E)

2. نعتبر المعادلة التفاضلية التالية :

$$(E') \dots\dots y' + y = 0$$

• حل المعادلة التفاضلية (E')

• نعتبر دالة  $g$  معرفة و اشتقاقية على  $R$  :

أثبت أن : تكون  $g$  حل للمعادلة التفاضلية (E) إذا كانت  $g - f$  حل للمعادلة التفاضلية (E')

• استنتج جميع حلول المعادلة التفاضلية ( )

• أوجد الحل الوحيد للمعادلة التفاضلية (E) الذي يحقق :  $g(0) = 2$

التمرين الثاني :

$$(I) \quad 1) \quad \text{نذكر أن : } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty \text{ بين أن : } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$$

$$(2) \quad \text{استنتج أن من أجل كل عدد طبيعي } n \text{ غير معدوم : } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^n} = 0 \text{ (ضع } t = x^n \text{)}$$

(II) نعتبر الدالة العددية  $g$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  كما يلي :

$$g(x) = x^2 - 2 + \ln(x)$$

○ ادرس تغيرات الدالة  $g$  على  $]0; +\infty[$

○ بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حل وحيد  $\alpha$  بحيث :  $\alpha \in ]1, 31 ; 1, 32[$

○ استنتج إشارة المقدار  $g(x)$  من أجل كل  $x$  من المجال  $]0; +\infty[$

○ أثبت أن :  $\ln(\alpha) = 2 - \alpha^2$

(III) نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  كما يلي :

$$f(x) = x^2 + (2 - \ln x)^2$$

و ليكن  $(C_f)$  بيان الدالة  $f$  في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(o, \vec{i}, \vec{j})$

○ أحسب نهاية الدالة  $f$  عند  $0^+$  ، ثم قدم تفسيراً مناسباً للنتيجة

○ أحسب نهاية الدالة  $f$  عند  $+\infty$  ، ثم بين أن يقبل فرع لا نهائي باتجاه محور الترتيب

○ أحسب مشتقة الدالة بدلالة  $g$  ثم شكل جدول تغيراتها.

(VI) في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(o, \vec{i}, \vec{j})$  نعتبر مايلي :

• بيان الدالة اللوغارتمية النيبيرية  $(\ln)$

• نقطة  $A(0 ; 2)$  من المستوى

• نقطة  $M$  من  $(\delta)$  فاصلتها  $x$  حيث  $x \in ]0 ; +\infty[$

1. بين أن :  $AM = \sqrt{f(x)}$  حيث  $AM$  هي المسافة بين النقطتين  $A$  و  $M$

2. نعتبر الدالة العددية  $h$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  كما يلي :  $h(x) = \sqrt{f(x)}$

• بين أن الدالتين  $f$  و  $h$  لهما نفس اتجاه التغيرات في المجال  $]0; +\infty[$

• بين أن المسافة  $AM$  تكون أصغر ما يمكن في نقطة من  $(\delta)$  بيان الدالة  $(\ln)$  في نقطة  $P$

يطلب تعيين إحداثياتها

• بين أن :  $AP = \alpha \sqrt{1 + \alpha^2}$

• هل المستقيم  $(AP)$  عمودي على المماس  $(T)$  للمنحنى  $(\delta)$  بيان الدالة  $(\ln)$  في النقطة  $P$

بالتوفيق انتهى.