

التمرين الأول: (07 نقاط)

- الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O, \bar{i}, \bar{j}, \bar{k})$  .
- 1/ جد نصف قطر سطح الكرة  $(s)$  ، ثم أستنتج معادلة ديكارتية لـ  $(s)$  .
- 2/ جد تمثيلا وسيطيا للمستقيم  $(d)$  الذي يشمل النقطة  $w$  والعمودي على  $(P)$  .
- 3/ لتكن النقطة  $H$  نطفه تماس  $(s)$  والمستوي  $(P)$  ، عين إحداثيات النقطة  $H$  .
- 4/ عين إحداثيات النقط المشتركة بين  $(s)$  و حامل محور الفواصل .
- 5/ المستويان  $(P1)$  و  $(P2)$  معادلتيهما على الترتيب:  $x - y - 2z - 3 = 0$  و  $2x + y - z - 2 = 0$  .  
جد معادلة ديكارتية للمستوي الذي يشمل النقطة  $B(3, -6, 2)$  والعمودي على كل من المستويين  $(P1)$  و  $(P2)$

التمرين الثاني: (08 نقطة)

- $f(x) = 2x - 1 - e^{-x}$  : ب  $\square$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$   $f$  التمثيل البياني لها في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \bar{i}; \bar{j})$
- 1- جد:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
- 2- احسب  $f'(x)$
- 3- أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ، ثم شكل جدول تغيراتها.
- 4- برهن أن المستقيم  $(d)$  ذو المعادلة  $y = 2x - 1$  هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى  $(c_f)$  عند  $+\infty$
- 5- بين على أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث:  $0,72 < \alpha < 0,74$
- 6- أستنتج إشارة  $f(x)$
- 7- أنشئ المنحنى  $(c_f)$
- $g(x) = 4x^3 - 3x^2 + 6(x+1)e^{-x}$  : ب  $\square$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$   $g$
- 1- بين أنه من أجل كل  $x$  من  $\square$  فإن:  $g'(x) = 6x.f(x)$
- 2- أستنتج إشارة  $g'(x)$  على  $\square$
- 3- أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$  (ملاحظة:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x}{e^x}\right) = 0$ )
- 4- شكل جدول تغيرات الدالة  $g$
- 5- بين أن:  $g(\alpha) = 4\alpha^3 + 9\alpha^2 + 6\alpha - 6$

التمرين 3: (05 نقاط)

ما هي الإجابات الصحيحة من بين الإجابات المقترحة التالية ؟ برر .

الرقم	السؤال	الجواب A	الجواب B	الجواب C
01	العدد 4264 يكتب	1A08 في النظام ذي الأساس 16	10A8 في النظام ذي الأساس 16	1000010101000 في النظام الثنائي
02	$a(\sqrt{2}-3) + \ln(\sqrt{2}+3) =$	$4-2\sqrt{3}$	4	0
03	$\ln \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x+1}-1} =$	$\ln(\sqrt{x}+1) + \ln(\sqrt{x+1}+1) - \ln x$	$\ln \frac{x+1}{x}$	$(\sqrt{x}+1) + \ln(\sqrt{x+1}+1)$ $\ln$
04	أحد حلول المعادلة التفاضلية $2y' + 3y = 0$ هو $f$ حيث	$f(x) = -2xe^{-\frac{3}{2}x}$	$(x) = 2e^{-\frac{3}{2}x}$ $f$	$f(x) = -2e^{-\frac{3}{2}(x+1)}$

## حل الموضوع

### التمرين الأول : (07 نقاط)

1- إيجاد نصف قطر سطح الكرة

المسافة بين المركز و المستوي :  $Rd(\overline{w},(p))=2\sqrt{3}$

-استنتاج معادلة ديكارتية لسطح الكرة (s) :

$$\cdot (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 12$$

2- إيجاد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (d) الذي يشمل النقطة w والعمودي على (p)

$$t \in \mathbb{R} : \text{حيث } \begin{cases} x=1+t \\ y=-1+t \\ z=3+t \end{cases} \quad \vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ شعاع ناظم للمستوي (p) يمثل شعاع توجيه المستقيم (d)}$$

3- نعين إحداثيات النقطة H نفضه تماس (s) والمستوي (p)

$$H(3, -3, 5)$$

4- تعيين إحداثيات النقط المشتركة بين (s) وحامل محور الفواصل

$$\text{حيث } t \in \mathbb{R} : \text{التمثيل الوسيطي لحامل محور الفواصل } \begin{cases} x=t \\ y=0 \\ z=0 \end{cases}$$

$M(x, y, z) \in (s) \cap (x'x)$  معناه  $(t-1)^2 + 1 + 9 = 12$  أي  $(t-1)^2 = 2$  : ومنه  $t = 1 + \sqrt{2}$  أو  $t = 1 - \sqrt{2}$

$$(s) \cap (x'x) = \{A_1(1 + \sqrt{2}, 0, 0), A_2(1 - \sqrt{2}, 0, 0)\}$$

5- إيجاد معادلة المستوي الذي يشمل النقطة  $B(3, -6, 2)$  والعمودي على كل من (P1) و (P2)

معادلة هذا المستوي هي من الشكل :  $a(x-3) + b(y+6) + c(z-2) = 0$

$\vec{n} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$  هو شعاع ناظم للمستوي (Π) ولدينا : (Π) عمودي على كل من (P1) و (P2) أي :  $\vec{n}$  عمودي

على كل من

$$\vec{n}_1 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} \text{ و } \vec{n}_2 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ حيث : } \vec{n}_1 \text{ شعاع ناظم للمستوي (P1) و } \vec{n}_2 \text{ شعاع ناظم للمستوي (P2) .}$$

إذا  $x - y + z - 11 = 0$  هي معادلة ديكارتية للمستوي (p)

### التمرين الثاني: (08 نقاط)

$$f(x) = 2x - 1 - e^{-x}$$

1- حساب :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$$

2- حساب  $f'(x)$  . الدالة  $f$  قابلة للاشتقاق على  $\mathbb{R}$  و

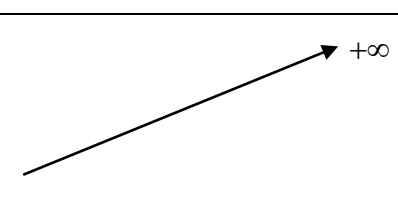
$$f'(x) = 2 + e^{-x}$$

- دراسة اتجاه تغير الدالة  $f$

لدينا من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  :  $f'(x)$  موجبة تماما ومنه الدالة  $f$  متزايدة تماما على  $\mathbb{R}$  .

- جدول تغيرات الدالة  $f$

$x$	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$		+
$f(x)$		$+\infty$



4- إثبات أن المستقيم هو مقارب مائل للمنحنى

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (2x - 1)) = 0$$

لدينا :

ومنه المستقيم (d) هو مقارب مائل للمنحنى عند  $+\infty$

5- إثبات أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث :  $0,72 < \alpha < 0,74$

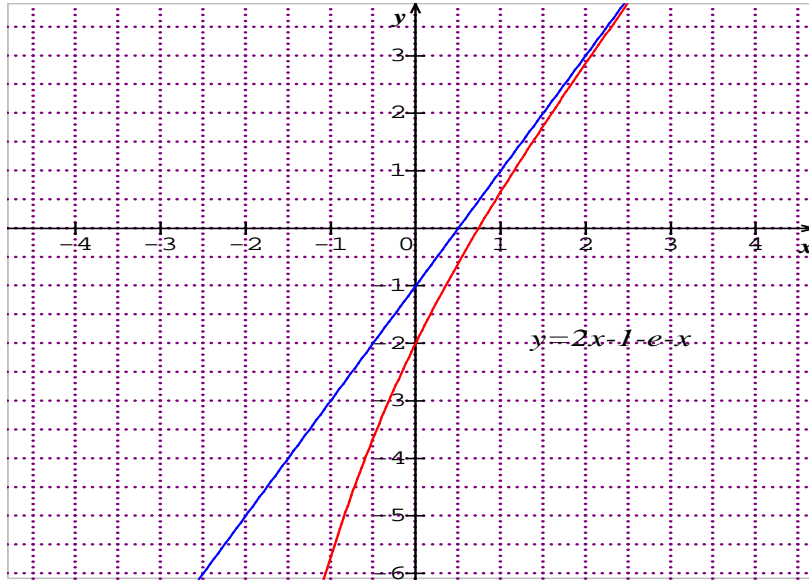
لدينا : الدالة  $f$  معرفة ومستمرة ومتزايدة تماما على المجال  $[0,72, 0,74]$  و  $f(0,72) \times f(0,74) < 0$

إذا حسب مبرهنة القيم المتوسطة يوجد عدد حقيقي وحيد  $\alpha$  بحيث  $f(\alpha) = 0$  .

6- استنتاج الإشارة

$x$	$-\infty$	$\alpha$	$+\infty$
$f(x)$	-	0	+

- رسم المنحنى



$$g(x) = 4x^3 - 3x^2 + 6(x+1)e^{-x}$$

1. إثبات أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  :  $g'(x) = 6x.f(x)$

الدالة قابلة للاشتقاق على  $g$  □

$$g'(x) = 6x.f(x) \quad \text{و}$$

2. استنتاج إشارة  $g'(x)$  على  $g$  □

$x$	$-\infty$	$0$	$\alpha$	$+\infty$	
$x$	-	0	+	+	
$f(x)$	-	-	0	+	
$g'(x) = 6x.f(x)$	+	0	-	0	+

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty \quad .3$$

4. تشكيل جدول تغيرات الدالة  $g$

$x$	$-\infty$	$0$	$\alpha$	$+\infty$	
$g'(x)$	+	0	-	0	+
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$ 6 $\searrow$	$g(\alpha)$	$\nearrow$ $+\infty$	

$$g(\alpha) = 4\alpha^3 + 9\alpha^2 + 6\alpha - 6. \quad \text{-5 إثبات أن:}$$

$$f(\alpha) = 2\alpha - 1 - e^{-\alpha} = 0$$

$$e^{-\alpha} = 2\alpha - 1 \quad \text{ومنه}$$

$$g(x) = 4x^3 - 3x^2 + 6(\alpha + 1).(2\alpha - 1) = g(x) = 4x^3 + 9x^2 + 6x - 6 \quad \text{وبالتالي:}$$

حل التمرين الثالث:

$$1000010101000 = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^5 + 1 \times 2^7 + 1 \times 2^{12} = 4264 \quad \text{(1) الإجابة الصحيحة هي الجواب C لأن:}$$

$$\text{(2) الإجابة الصحيحة هي الجواب C لأن: } \text{Ln}(\sqrt{2}-3)(\sqrt{2}+3) = \text{Ln}(1) = 0$$

$$\text{(3) الإجابة الصحيحة هي الجواب B لأن: } \text{Ln}(\sqrt{x+1}-1) = \text{Ln}(x) - \text{Ln}(\sqrt{x+1}+1)$$

$$\text{(4) الإجابة الصحيحة هي الجواب B لأن: } 2f'(x) + 3f(x) = 0 \quad \text{و} \quad f'(x) = -3e^{-\frac{3}{2}x}$$