قسم : 3 ر المدة : 4 ساعات	امتحـــــان الفصـــل الأول فـــي مـــادة الـريـاضيـــــــات	ثانوية قهواجــي بــوعلام 2011 - 2012

التمرين الأول : (3 نقاط)

1) عين مجموعة الثنائيات $(x;y)$ من $\mathbb{Z}^2$ حلول المعادلة: $(E):\ 8x-5y=3$

2) ليكن m عددا صحيحا بحيث توجد ثنائية $(p;q)$ من الأعداد الصحيحة تحقق: $m=8p+1$
و $m=5q+4$ ، بين أن الثنائية $(p;q)$ هي حل للمعادلة (E)، واستنتج أن: $m\equiv 9[40]$.

3) عين أصغر عدد طبيعي m أكبر من 1433 .

التمرين الثاني : (4 نقاط)

n عدد طبيعي ، نضع : $\alpha_n=n^2+n$, $\beta_n=n+2$

1) أ. تحقق أن : $n\beta_n-\alpha_n=n$

ب. أثبت أن : $PGCD(\alpha_n,\beta_n)=PGCD(\beta_n,n)$

ج. استنتج القيم الممكنة لـ $PGCD(\alpha_n,B_n)$

2) b,a عددان طبيعيان يكتبان في نظام تعداد ذي الأساس n كما يلي : $a=\overline{3520}$, $b=\overline{384}$

أ. بين أن العدد $3n+2$ قاسم مشترك لـ a و b.

ب. استنتج أن : $PGCD(a;b)$ هو: $3n+2$ أو $2(3n+2)$

ج. عين B_n,α_n إذا علمت أن: $PGCD(a,b)=41$

التمرين الثالث : (4 نقاط)

1-أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 10 .

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $63\times 9^{2011}-7^{1433}$ على 10 .

2-أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون : $3n\times 9^n+7^{2n+1}\equiv(n-1)3^{2n+1}[10]$

ب) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون : $3n\times 9^n+7^{2n+1}\equiv 0[10]$

التمرين الرابع : (9 نقاط)

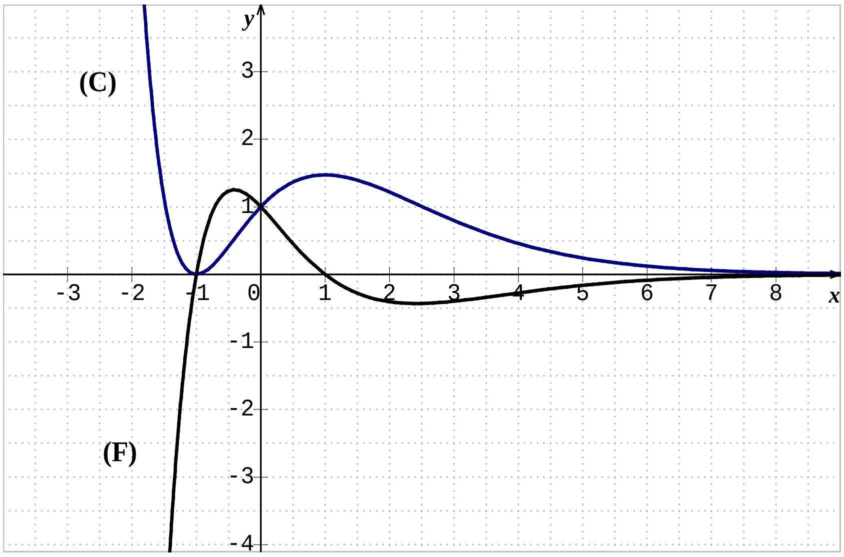
<u>الجزء الأول</u> : قراءة بيانية : ليكن في المستوي المنسوب إلى معلم ، المنحنيين (C) و (F) الممثلين لدالتين معرفتين و قابلتين للاشتقاق على $\mathbb{R}$.

نعلم أن إحدى هاتين الداتين هي مشتقة الدالة الأخرى . نرمز بـ g و g' لهاتين الدالتين .

اعتمادا على الشكل أدناه ، الذي يعطي التمثيلين البيانيين للدالتين g و g' ، أجب على السؤالين التاليين :

1) أرفق بكل من الدالتين g و g' تمثيلها البياني .

برر الإجابة بتشكيل جدول يتضمن على المجال $\left[\frac{-3}{2};5\right]$ إشارة $g'(x)$ و تغيرات g .



2) ما هو معامل توجيه المماس للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 0 ؟

<u>الجزء الثاني :</u> حل معادلة تفاضلية : نعتبر المعادلتين التفاضليتين :

$y' + y = 2(x+1)e^{-x} ...(E)$ و $y' + y = 0...(E')$.

الهدف من هذا الجزء هو حل المعادلة (E) و تعيين حلول خاصة لها .

1) بين أن الدالة φ المعرفة على ℝ بـ $\varphi(x) = (x^2+2x)e^{-x}$ هي حل للمعادلة (E) .

2) حل المعادلة (E').

3) بين أن : تكون الدالة u حلا للمعادلة (E') إذا و فقط إذا كانت الدالة: $\varphi + u$ حلا للمعادلة (E).

4) استنتج عبارة الحلول f للمعادلة (E) .

5) علما أن الدالة g الواردة في الجزء الأول حل للمعادلة (E) ، عين $g(x)$ من أجل $x \in$ ℝ .

6) عين الحل h للمعادلة (E) التي تمثيلها البياني يقبل عند النقطة ذات الفاصلة 0 مماسا أفقيا .

<u>الجزء الثالث :</u> دراسة دالة و حل مقرب لمعادلة

لتكن f الدالة المعرفة على ℝ بـ $f(x) = (x^2+2x+2)e^{-x}$.

نرمز بـ (Γ) لتمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ وحدة الرسم 2 cm.

1) عين نهايتي الدالة f عند $+\infty$ و عند $-\infty$.

2) عين الدالة المشتقة f' للدالة f و إشارتها ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3) عين معادلة لـ (D) المماس للمنحنى (Γ) عند النقطة ذات الفاصلة -1 .

4) أرسم المماس (D) ثم المنحنى (Γ) .

5) بين أن المعادلة $f(x) = x$ تقبل على ℝ حلا وحيدا α .

جد النتيجة بيانيا و أعط قيمة مقربة إلى 0,1 للعدد α .