

إختبار الفصل الأول لمادة الرياضيات

التمرين الأول

في كل ما يلي أذكر إن كانت كل عبارة صحيحة أم خاطئة مع التعليل :

(1) لتكن f دالة معرفة على المجال $]-\infty; 0[$ بـ: $f(x) = \frac{\sqrt{x^2-2x}}{x}$ (أ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ ، المستقيم ذو المعادلة $y = -1$ يقارب لـ (C_f) عند $-\infty$

(2) لتكن f دالة معرفة على R بـ:
$$\begin{cases} f(x) = e^x - 1 ; x < 0 \\ f(x) = \sin x ; x \geq 0 \end{cases}$$

(أ) f مستمرة عند 0 (ب) f قابلة للاشتقاق عند 0

(3) لتكن f الدالة المعرفة على R بالمعادلة $y' = -y + 2$ بحيث $f(\ln 2) = 1$ المنحنى (C_f) الممثل للدالة f يقبل في النقطة التي فاصلتها 0 مماسا معادلته $y = 2x$

التمرين الثاني :

تحديد حل المعادلة التفاضلية (1) $g' - 2g = x e^x \dots$

(1) حل المعادلة التفاضلية : (2) $y' - 2y = 0 \dots$ حيث y دالة قابلة للاشتقاق على R .

(2) ليكن a و b عددين حقيقيين و u الدالة المعرفة على R بـ: $u(x) = e^x(a x + b)$

أ/ حدد a و b حتى تكون u حلا للمعادلة (1).

ب/ برهن أن الدالة v تكون حلا للمعادلة (2) إذا و فقط إذا كان $u + v$ حلا للمعادلة (1)

ج/ استنتج حلول المعادلة (1).

د/ حدد الحل للمعادلة (1) و الذي يندم عند القيمة 0.

التمرين الثالث :

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على R بـ: $g(x) = (2-x) e + 1$

(1) أحسب نهاية الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$.

(2) أدرس اتجاه تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا a على المجال $[2.2; 2]$ ثم استنتج أن $e^x = \frac{1}{a-2}$

(4) استنتج إشارة $g(x)$ على R .

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على R بـ: $f(x) = \frac{1}{2} \left[\frac{e^x + x}{e^x + 1} \right]$

و (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس (o, \vec{i}, \vec{j}) . (الوحدة 2 cm)

(1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{1}{2(ex+1)^2} g(x)$

(2) عين نهاية الدالة f عند كل من $-\infty$ و $+\infty$. ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

(3) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x) - \frac{1}{2} x = (1-x) e^x x \frac{1}{2(ex+1)}$ ، ثم استنتج أن المنحنى (C)

يقبل مقارب مائل (D) بجوار $-\infty$ يطلب تعيين معادلته.

(4) عين معادلة المماس T للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

(ب) بين أن $f(a) = \frac{a-1}{2}$ ثم استنتج الـ: $f(a)$

(ج) أرسم T و (C)