المــــــــــؤسسة: ثانوية هواري بومدين (اليشير) - ولاية بـــرج بوعريريج - .

يـــــــــــــــوم: 2010/11/30 م.
الموافق لـ: 24 ذي الحجة 1431 هـ .

اختبار الثلاثي الأول في الرياضيات

المستوى و الشعبة: الثالثة ثانوي تقني رياضي " هندسة مدنية ".
المدة: ساعتان.

التمرين الأول: (05 ن)

f دالة قابلة للاشتقاق على كل مجال من مجموعة تعريفها ، (C) تمثيلها البياني في معلم وجدول تغيراتها هوالجدول المـــقـــــــــــابل:

x	$-\infty$		1		5		11		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	‖	+	0	-	
$f(x)$	3	↘	-1	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	1	↘	$-\infty$

- اذكر إن كانت كل جملة من الجمل الآتية **صحيحة** أم **خاطئة** مع **التبرير** .

1. الدالة f فردية .

2. من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty;1]$ فإن: $f(x)\in[-1;3]$.

3. المنحنى (C) يقبل مستقيمين مقاربين موازيين لحامل محور الفواصل .

4. المنحنى (C) يقطع حامل محور الفواصل .

5. المنحنى (C) يقبل في النقطة ذات الفاصلة 2 مماسا موازيا للمستقيم المعرف بالمعادلة $y=-x+1$.

التمرين الثاني: (04.50 ن)

- f الدالة المعرفة على المجموعة $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=2x-1-\dfrac{1}{x^2}$.

1.

أ) دون استعمال المشتقة عين اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0;+\infty[$.

ب) شكل جدول تغيرات الدالة f و احسب $f(1)$ (النهايات غير مطلوبة).

ج) استنتج إشارة $f(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

2. g الدالة المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=2e^{x}-1-\dfrac{1}{e^{2x}}$.

أ) بين أن الدالة g مركب دالتين يطلب تعيينهما .

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة g دون استعمال المشتقة .

التمرين الثالث: (07 ن)

- f الدالة المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}-\{3\}$ كما يلي :
$$\begin{cases} f(x)=x^2-3x+2;x\in\left]-\infty;1\right] \\ f(x)=\dfrac{x^2-1}{x-3};x\in\left]1;3\right[\cup\left]3;+\infty\right[\end{cases}$$

(C) التمثيل البياني للدالة f في معلم .

1. ادرس نهاية الدالة f عند كل حد من حدود مجالات مجموعة تعريفها .

2. أ) ادرس استمرارية الدالة f عند العدد 1 .

ب) ادرس استمرارية الدالة f على المجال $\left]-\infty;3\right[$.

3. احسب كلا من $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ <}}\dfrac{f(x)}{x-1}$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ >}}\dfrac{f(x)}{x-1}$. ماذا تستنتج ؟ . فسر النتيجة بيانيا .

4. اكتبْ معادلةً للمستقيم (Δ) المماس للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

التمرين الرابع: (03.50 ن)

1. عين كل الدوال f القابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ بحيث : $f'(x)-f(x)+1=0$.

2. f هي الدالة حيث ، من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)-f(x)+1=0$ و التي تمثيلها البياني يشمل النقطة $A(1;0)$.

- بين أن الدالة f معرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=-e^{x-1}+1$.

3. (C) ، (C') هما ؛ على الترتيب ؛ التمثيلان البيانيان للدالتين "exp" ، f في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. (f هي الدالة المعرفة في السؤال 2.)

- بين كيفية إنشاء (C') اعتمادا على (C) ثم أنشئ .

بالتوفيق		انتهـــــــــى .

الإجابة و سلم التنقيط (الاختبار الأول للثلاثي الأول - الثالثة ثانوي هندسة مدنية - [2010-2011])

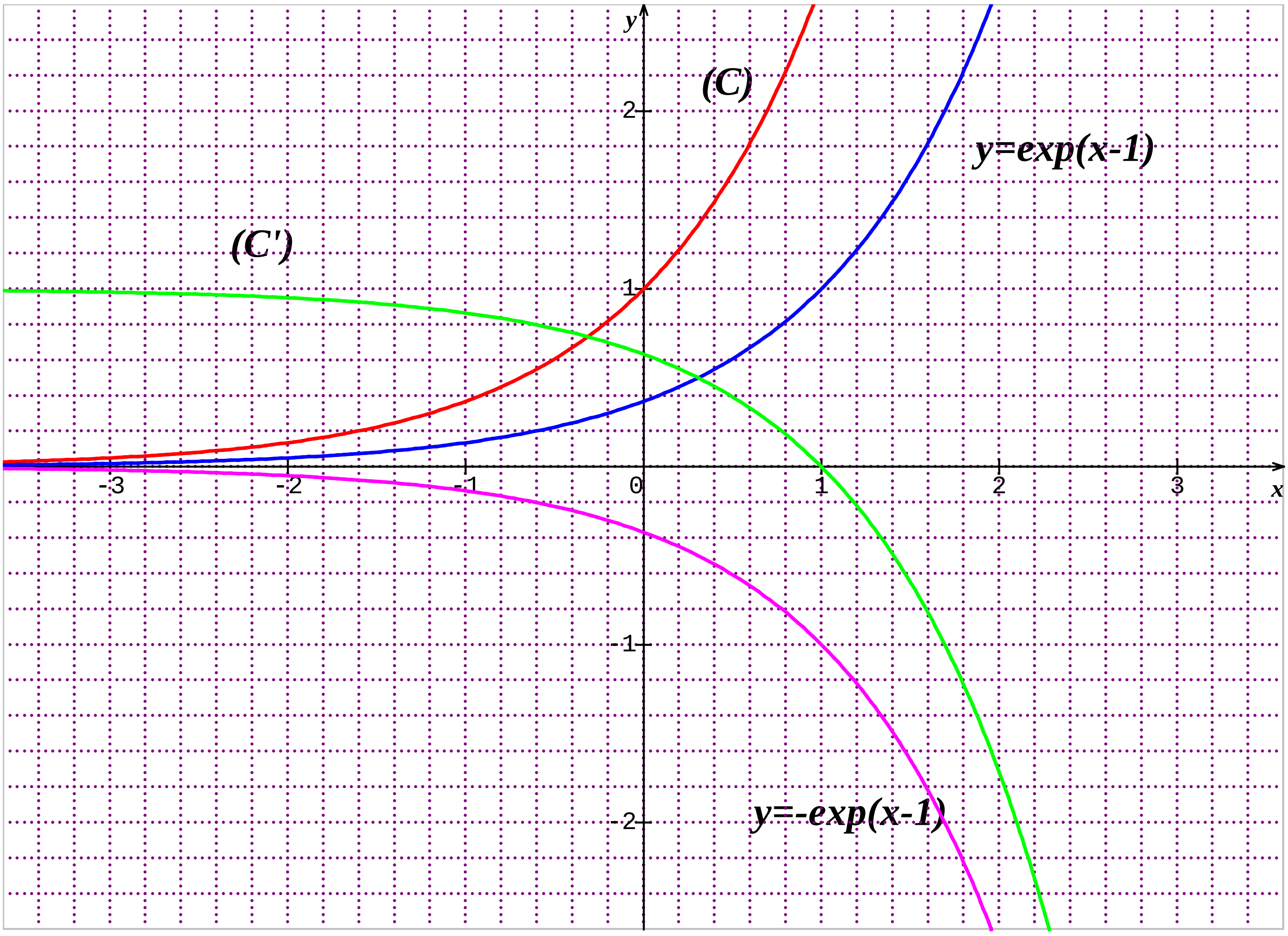
الإجابة	العلامة
التمرين الأول: (05 ن)	
1. نلاحظ أن $(-5)\in D_f$ لكن $5\notin D_f$. إذن: الدالة f ليست فردية .	0.75
ومنه: الجملة 1. خاطئة .	0.25
2. حسب جدول تغيرات الدالة فإن: من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty;1[$ فإن: $f(x)\in[-1;3[$.	0.75
ومنه: الجملة 2. خاطئة .	0.25
3. لدينا: $\lim_{x\to-\infty} f(x)=3$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ إذن: (C) يقبل ؛ مستقيما مقاربا واحدا موازيا لحامل محور الفواصل ؛ عند $-\infty$ ؛ معرفا بالمعادلة : $y=3$.	0.75
ومنه: الجملة 3. خاطئة .	0.25
4. حسب جدول تغيرات الدالة f فإن المنحنى (C) يقطع حامل محور الفواصل في أربع نقط .	0.75
ومنه: الجملة 4. صحيحة .	0.25
5. معامل توجيه المستقيم المعرف بالمعادلة: $y=-x+1$ هو (-1) و هو سالب تماما و $f'(2)>0$.	0.75
ومنه: الجملة 5. خاطئة .	0.25
التمرين الثاني: (04.5 ن)	
1.أ) لدينا: $f=f_1+f_2$ حيث: $f_1(x)=2x-1$ و $f_2(x)=-\frac{1}{x^2}$	0.25
- الدالة f_1 دالة تآلفية متزايدة تماما على المجموعة $\mathbb{R}$ لأن $2>0$ فهي كذلك على المجال $]0;+\infty[$.	0.25
- الدالة " مربع " متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$ إذن: مقلوبها دالة متناقصة تماما على المجال $]0;+\infty[$ و بالتالي الدالة f_2 متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$.	0.50
و أخيرا: الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$. مما يثبت صحة التخمين .	0.25
ب) * جدول تغيرات الدالة f هو :	0.50
* $f(1)=0$	0.25
ج) * لدينا $f(1)=0$ و حسب جدول تغيرات الدالة f فإن: الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين	

x	0	1	$+\infty$
$f(x)$	||	0 ↗	

الإجابة	العلامة
$]0;1[$ ، $]1;+\infty[$ إذن:	0.25
- إذا كان $x\in]0;1[$ فإن: $f(x)<0$. - إذا كان $x\in]1;+\infty[$ فإن: $f(x)>0$.	0.50
.2 أ) من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $g(x)=2e^{x}-1-\frac{1}{(e^{x})^2}$	0.75
أي: $g(x)=f(e^{x})$ أي: $g(x)=f\circ\exp$.	
ب) الدالة "exp" متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ و تأخذ قيمها في المجال $]0;+\infty[$ و الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$.	01.00
إذن: الدالة g متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$.	
التمرين الثالث: (07 ن)	
*.1 $\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}(x^2-3x+2)$ أي: $\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}(x^2)$ أي: $\lim_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$.	0.50
* $\lim_{x\overset{<}{\to}1} f(x)=\lim_{x\overset{<}{\to}1}(x^2-3x+2)$. أي: $\lim_{x\overset{<}{\to}1} f(x)=0$.	0.25
* $\lim_{x\overset{>}{\to}1} f(x)=\lim_{x\overset{>}{\to}1}(\frac{x^2-1}{x-3})$ أي: $\lim_{x\overset{>}{\to}1} f(x)=0$.	0.25
* $\lim_{x\overset{<}{\to}3} f(x)=\lim_{x\overset{<}{\to}3}(\frac{x^2-1}{x-3})$ - لما $x\overset{<}{\to}3$ فإن: $\begin{cases}(x^2-1)\to 8\\(x-3)\to 0^-\end{cases}$ إذن: $\lim_{x\overset{<}{\to}3} f(x)=-\infty$.	0.50
* $\lim_{x\overset{>}{\to}3} f(x)=\lim_{x\overset{>}{\to}3}(\frac{x^2-1}{x-3})$ - لما $x\overset{>}{\to}3$ فإن: $\begin{cases}(x^2-1)\to 8\\(x-3)\to 0^+\end{cases}$ إذن: $\lim_{x\overset{>}{\to}3} f(x)=+\infty$.	0.50
* $\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}(\frac{x^2-1}{x-3})$	

العلامة	الإجابة
0.50	أي: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(\frac{x^2}{x})$
	أي: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(x)$
	أي: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.
0.25	2. أ) - العدد 1 غيرمعزول من D_f .
	- لدينا: $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}1} f(x)=0$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}1} f(x)=0$
	إذن: $\lim\limits_{x\to1} f(x)=0$ أي: $\lim\limits_{x\to1} f(x)=f(1)$
0.50	ومنه الدالة f مستمرة عند 1 .
0.25	ب) - الدالة f مستمرة على المجال $]-\infty;1[$ لأنها كذلك على $\mathbb{R}$ لأنها دالة كثير الحدود..(1)
0.25	- الدالة f مستمرة على المجال $]1;3[$ لأنه مجال من مجموعة تعريفها وهي دالة ناطقة ...(2)
0.25	- الدالة f مستمرة عند 1 ...(3)
	من (1) ، (2) و (3) نستنتج أن الدالة f مستمرة على المجال $]-\infty;3[$.
	3. * - إذا كان $x\in]-\infty;1[$ فإن:
0.25	$\frac{f(x)}{x-1}=\frac{x^2-3x+2}{x-1}$
	لما $x\overset{<}{\to}1$ فإن: $\begin{cases}(x^2-3x+2)\to0\\(x-1)\to0\end{cases}$
0.25	إذن: $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}1}\frac{f(x)}{x-1}$ حالة عدم التعيين.
	إزالة حالة عدم التعيين:
	$\lim\limits_{x\overset{<}{\to}1}\frac{f(x)}{x-1}=\lim\limits_{x\overset{<}{\to}1}\frac{(x-1)(x-2)}{x-1}$
0.50	أي: $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}1}\frac{f(x)}{x-1}=\lim\limits_{x\overset{<}{\to}1}(x-2)$
	أي: $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}1}\frac{f(x)}{x-1}=-1$.
	- إذا كان $x\in]1;3[\cup]3;+\infty[$ فإن:
0.25	$\frac{f(x)}{x-1}=\frac{x^2-1}{(x-3)(x-1)}$
	لما $x\overset{>}{\to}1$ فإن: $\begin{cases}(x^2-1)\to0\\(x-3)(x-1)\to0\end{cases}$
0.25	إذن: $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}1}\frac{f(x)}{x-1}$ حالة عدم التعيين.

العلامة	الإجابة
	إزالة حالة عدم التعيين:
	$\lim\limits_{x\overset{>}{\to}1}\frac{f(x)}{x-1}=\lim\limits_{x\overset{>}{\to}1}\frac{(x-1)(x+1)}{(x-3)(x-1)}$
0.50	أي: $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}1}\frac{f(x)}{x-1}=\lim\limits_{x\overset{>}{\to}1}\frac{x+1}{x-3}$
	أي: $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}1}\frac{f(x)}{x-1}=-1$.
0.25	* مما سبق نستنتج أن الدالة f قابلة للاشتقاق عند العدد 1 من اليمين ومن اليسار و عددها المشتق عند 1 من اليمين و من اليسار هو (-1) . إذن: الدالة f قابلة للاشتقاق عند 1 و $f'(1)=-1$.
0.25	* المنحنى (C) يقبل عند النقطة ذات الفاصلة 1 مماسا معامل توجيهه (-1) .
0.50	4. المماس (Δ) معرف بالمعادلة: $y=f'(1)(x-1)+f(1)$ أي: $y=-x+1$.
	التمرين الرابع: (03.5 ن)
	1. من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $f'(x)-f(x)+1=0$
	معناها: $f'(x)=f(x)-1$
	إذن: الدوال f القابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ حيث: $f'(x)-f(x)+1=0$ هي الحلول على $\mathbb{R}$
0.50	للمعادلة التفاضلية: $y'=y-1$.
0.25	إذن: من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $f(x)=Ce^x+1$ حيث C ثابت حقيقي .
	2. لدينا: من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)-f(x)+1=0$ و حسب نتيجة السؤال 1.
0.25	فإن: من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $f(x)=Ce^x+1$ حيث C ثابت حقيقي .
	و لدينا تمثيل f يشمل النقطة $A(1;0)$ فإن:
0.75	$f(1)=0$ أي: $Ce+1=0$
	أي: $Ce+1=-e^{-1}$.
0.25	وأخيرا: من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $f(x)=-e^{x-1}+1$.
0.50	3. نحصل على المنحنى (C') اعتمادا على (C) و ذلك باستعمال الانسحاب الذي شعاعه $\vec{i}$ ثم التناظر بالنسبة إلى حامل محور الفواصل ثم الانسحاب الذي شعاعه $\vec{j}$.
1.00	- رسم المنحنى (C') .



y
x
(C)
(C′)
y=exp(x-1)
y=-exp(x-1)
-3
-2
-1
0
1
2
3
2
1
-1
-2