

اختبار في مادة الرياضيات

التمرين الأول: 06 نقاط

• هل العدد 2003 أوليا؟ برّر إجابتك.

(1) عيّن عددين صحيحين α و β حيث: $123.\alpha + 2003.\beta = 1$.▪ أستنتج عددا صحيحا k_0 حيث: $123.k_0 \equiv 1[2003]$ ▪ أثبت أنه من أجل كل عدد صحيح x :

$$x \equiv 456.k_0[2003] \text{ إذا وفقط إذا كان } 123.x \equiv 456[2003]$$

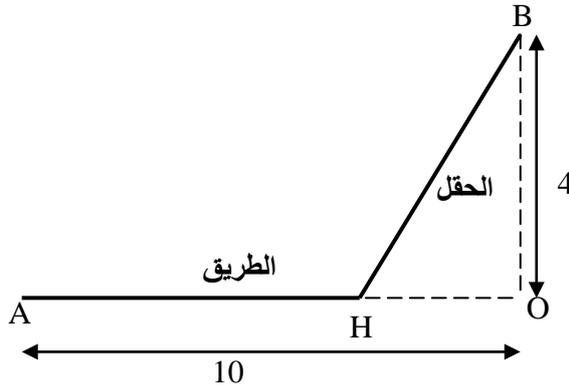
▪ عيّن مجموعة الأعداد الصحيحة x حتى يكون: $123.x \equiv 456[2003]$ ▪ بين أنه يوجد عدد طبيعي وحيد n حيث: $1 \leq n \leq 2002$ و $123.n \equiv 456[2003]$

(2) أذكر مع الإثبات نص نظرية بيزو.

▪ a عدد طبيعي حيث: $1 \leq a \leq 2002$ ، أحسب $\text{PGCD}(a, 2003)$ ▪ إستنتج أنه يوجد عدد طبيعي m حيث $a.m \equiv 1[2003]$ ▪ أثبت أنه لكل عدد طبيعي b يوجد عدد صحيح x حيث:

$$a.x \equiv b[2003] \text{ و } 0 \leq x \leq 2002$$

التمرين الثاني (04 نقاط)

يريد سائق على متن سيارة 4×4 الذهاب من الموقع A إلى الموقع B في أقصر مدة زمنية ممكنة.فيضطر عند موقع H من الطريق إلى الانحراف و المرور عبر حقل مجاور للطريق بدلا من الوصول إلى الموقع O و من ثمة إلى B كما هو مبين في الشكلالهدف : تحدد موقع النقطة H على الطريق.إذا علمت أن سرعة السائق على الطريق 40 Km/h و سرعته خلال المرور بالحقل هي 20 Km/h ، أن $AO = 10$ $OB = 4$ حدد موقع النقطة H التي من أجلها يكون الوقت المستغرق للوصول من A إلى B أقصر ما أمكن.

التمرين الثالث (04 نقاط)

• حل في مجموعة الأعداد الحقيقية المعادلة ذات المجهول λ : $8\lambda^3 - 1 = 0$

لنعتبر الدالة h حيث : $h(x) = 8.\sin(x) - \tan(x)$

(1) بين أن $2.\pi$ هو دور للدالة h

(2) أحسب $h(-x) + h(x)$ ، ماذا تستنتج ؟

(3) أدرس إتجاه تغير الدالة h على مجال طوله $2.\pi$ ، ثم ضع جدول تغيراتها.

(4) في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس ، أرسم المنحني الممثل للدالة h على مجال طوله $2.\pi$

التمرين الرابع (06 نقاط)

ينسب المستوي إلى معلم متعامد و متجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) و حدة الطول 4cm

لنعتبر الدالة f المعرقة كالاتي : $f(x) = x.\sqrt{1-x^2}$ ، نسمي (C_f) التمثيل البياني للدالة f

(1) عيّن مجموعة تعريف الدالة f

(2) أحسب $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1}$ ، فسّر النتيجة هندسيا ؟

(3) بين أن الدالة f فردية .

(4) أدرس تغيرات الدالة f .

(5) أكتب معادلة المماس (d) لـ (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 0

(6) أدرس الوضعية النسبية لـ (C_f) بالنسبة لـ (d) . ما تستنتج ؟

(7) أرسم (d) و (C_f) على ورق ملمتري.