السنة الدراسية: 2008/2007

الشعبة: رياضيات المستوى: السنة الثالثة	الاختبار الأول في الرياضيات	المـدة : ثلاث ساعات نوفمبر 2007

السلم↓	
	التمرين الأول(4نقط):
1	1. a ، b ، c ، d أعداد طبيعية غير معدومة وتحقق : $a = b\,c+d$ ، أثبت أن : $PGCD(a;b)=PGCD(b;d)$
1	2. n ، a ، b أعداد *طبيعية* حيث : $a=3n^3+7n^2+9n+12$ وَ $b=3n^2+n+6$
2	• بين أن : $PGCD(a;b)=PGCD(n;6)$ • عين تبعا لقيم n القاسم المشترك الأكبر للعددين a و b .
	التمرين الثاني(3نقط):
	z عدد مركب غير معدوم حيث : $z = x + i\,y$ ، يرمز $\bar{z}$ إلى مرافق z ، 1. اختر الجواب الصحيح في كل حالة من الحالات التالية :
0.5	▪ إذا كان z حقيقيا فإن : o $arg(z)=\pi+2\pi k$ o $arg(z)=-\pi+2\pi k$ o $arg(z)=\pi k$ حيث k عدد صحيح.
0.5	▪ إذا كان $\lvert z\rvert=1$ فإن العدد $\frac{z+\bar{z}}{1+z\,\bar{z}}$ يكون : o حقيقيا o تخيليا صرفا o لا هو حقيقيا ولا هو تخيليا صرفا
0.5	▪ إذا كانت α عمدة للعدد z فإن : o $arg(-z)=-\alpha+2\pi k$ o $arg(-z)=(\pi+\alpha)+2\pi k$ o $arg(-z)=\alpha+2\pi k$ حيث k عدد صحيح.
0.5	▪ إذا كان : $(z-1)\overline{(z-1)}=4$ فإن :
0.5	o $\lvert z-1\rvert=4$ o $\lvert z-1\rvert=16$ o $\lvert z-1\rvert=2$
	2. أ) بين أن : $\frac{1}{z}=\frac{x}{x^2+y^2}-i\frac{y}{x^2+y^2}$.
0.5	ب)أثبت أن : $\lvert z\rvert=1$ يكافئ $\bar{z}=\frac{1}{z}$
	التمرين الثالث (4نقط):
	f دالة قابلة للاشتقاق على المجال : $]0;+\infty[$ وتحقق ما يلي :
	▪ $f'(x)=\frac{1}{x}$
	▪ من أجل كل عددين حقيقيين موجبين تماما x وَ y : $f(x\,y)=f(x)+f(y)$
0.5	1. تأكد أن: $f(1)=0$.
	2. حدد اتجاه تغير الدالة f ثم استنتج إشارة $f(x)$ حسب قيم x .
1.5	3. بين أنه من أجل كل عددين حقيقيين موجبين تماما x وَ y

يكون: $f(\frac{x}{y})=f(x)-f(y)$.	0.5
4. a عدد حقيقي موجب تماما ، باستعمال البرهان بالتراجع أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون : $f(a^n)=n\,f(a)$	1.5
التمرين الرابع(9نقط):	
f دالة معرفة على $]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\frac{x^2-4x+8}{x-2}$ $D=$	
(C_f) منحني الدالة f في مستو منسوب إلى معلم متعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$.	
1. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من D يكون : $f(x)=x-2+\frac{4}{x-2}$	0.5
2. عين نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها .	1
3. حدد اتجاه تغير الدالة f، تم اكتب جدول تغيراتها.	1.5
4. بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائلا نرمز له بالرمز (Δ)،ادرس وضعية(C_f) بالنسبة إلى(Δ) .	1
5. أنشئ (Δ)،(C_f)	1.5
6. m وسيط حقيقي ، (D_m) هو المستقيم الذي معادلته $y=m(x-2)$ ، بين أنه إذا كان m ينتمي للمجال $]1;+\infty[$ فإن المستقيم (D_m) يقطع المنحنى (C_f) في نقطتين متمايزتين A_m و B_m، وأن النقطة I(2;0) هي منتصف القطعة $[A_m\ B_m]$، ماذا تستنتج ؟	1
<u>الوضعية الإدماجية :</u>	
ABCD مربع طول ضلعه $2\ cm$	
(Δ) مستقيم متغير يشمل النقطة C بحيث تكون النقط B،A،D من نفس الجهة بالنسبة للمستقيم (Δ)	
M وَ P هما نقطتا تقاطع المستقيمين (AB) و (AD) مع المستقيم (Δ) على الترتيب (لاحظ الشكل المقابل).	
$S(x)$ هي مساحة الجزء المظلل المبين في الشكل .	
▪ بين أن : $MB=\frac{4}{x-2}$.	1
▪ عبر عن $S(x)$ بدلالة x .	1
▪ عين موضع النقطة M بحيث تكون المساحة $S(x)$ أصغر ما يمكن.	0.5
بالتوفيق	20