الإمتحان الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول(06):

الهدف من هذا التمرين هو دراسة الدالة f

$f(x)=e^x-\ln x$ على المجال $]0;+\infty[$

الجزء الأول:

نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ $h(x)=xe^x-1$

1. احسب نهاية الدالة h عند $+\infty$.
2. أدرس اتجاه تغير الدالة h وشكل جدول تغيراتها
3. بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α من $[0;1]$ حيث $h(\alpha)=0$ ثم استنتج إشارة $h(x)$ على المجال $]0;+\infty[$
4. تحقق أن $0,56<\alpha<0,57$

الجزء الثاني:

1. احسب نهايتي الدالة f عند 0 ، $+\infty$
2. بين أن $f'(x)=\dfrac{h(x)}{x}$ ثم استنتج إشارة $f'(x)$ ومثل جدول تغيرات الدالة f
3. بين أن $f(\alpha)=\dfrac{1}{\alpha}+\ln\dfrac{1}{\alpha}$ ثم استنتج حصر لـ $f(\alpha)$ سعته 10^{-2}
4. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$ ثم فسر النتيجة بيانيا
5. ارسم (C_f)

التمرين الثاني(4.5):

لتكن في المجموعة $Z\times Z$ المعادلة: $13x-11y=23.....(1)$

1. أ. عين حلا خاصا $(x_0;y_0)$ للمعادلة (1) حيث : $x_0-y_0=1$

ب. استنتج مجموعة حلول المعادلة (1)

ج . عين الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (1) بحيث يكون : $-10<x<40$

2. نفرض فيما يلي أن x,y موجبان ، وليكن d قاسمها المشترك الأكبر

أ . ماهي القيم الممكنة للعدد d ؟

ب. عين الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (1) بحيث: $d=23$

ج. استنتج عندئذ الثنائية $(x;y)$ التي يأخذ من أجلها العدد x أصغر قيمة .

التمرين الثالث(03):

حل المعادلتين التاليتين في IR :

$$1)\ e^4 e^x + \frac{5}{e^2}e^{-x} + 6e = 0$$

$$2)\left[\ln(x+1)\right]^2 - \ln\left(\frac{1}{(x+1)^4}\right) + 3 = 0$$

التمرين الرابع(06.5):

نعتبر الدالة f المعرفة على IR بـ $f(x) = x^2 + 3x - 2e^x$

الجزء الأول:

1. احسب نهايتي الدالة f عند $-\infty, +\infty$ علما: $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x^2} = +\infty$
2. احسب $f'(x)$
3. ادرس اتجاه تغير الدالة f' وشكل جدول تغيراتها على IR (لايطلب حساب النهايات)
4. بين أن المعادلة $f'(x) = 0$ تقبل حلين α, β حيث $\alpha \in [0{,}8;0{,}9]$ و $\beta \in [-1{,}2;-1{,}1]$
5. استنتج اشارة الدالة f' ثم شكل جدول تغيرات الدالة f على IR
6. بين أن $f(\alpha) = \alpha^2 + \alpha - 3$ ثم استنتج حصر لـ $f(\alpha)$
7. عين معادلة المماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة 0

الجزء الثاني:

الهدف من هذا الجزء هو دراسة وضعية (C_f) بالنسبة إلى (T)

نعتبر الدالة φ المعرفة على IR بـ $\varphi(x) = x^2 + 2x + 2 - 2e^x$

1. احسب φ', φ''
2. بين أنه من أجل كل x من IR : $\varphi'(x) \le 0$
3. شكل جدول تغيرات الدالة φ
4. احسب $\varphi(0)$ ثم استنتج إشارتها على IR
5. استنتج وضعية (C_f) بالنسبة إلى (T)
6. ارسم (C_f)، (T) تأخذ الوحدة $\|\vec{c}\| = \|\vec{J}\| = 1cm$

تعطى $-2{,}8 \le f(\beta) \le -2{,}7$

انتهى