## مراجعة عامة في الرياضيات تحضيرا لبكالوريا 2011 « السلسلة 7 »
## إعداد الأستاذ : بواب نورالدين

**تمرين 1 :** ( بكالوريا المغرب 2008 . الشعبة : علوم تجريبية )

1) حل ، في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة $z^2-6z+34=0$ .

2) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ ، نعتبر النقط $A$ ، $B$ و $C$ التي لواحقها على الترتيب : $a=3+5i$ ، $b=3-5i$ و $c=7+3i$

ليكن $z$ لاحقة النقطة $M$ من المستوي و $z'$ لاحقة النقطة $M'$ صورة $M$ بالانسحاب $T$ الذي شعاعه $\vec{u}$ ذو اللاحقة $4-2i$ .

أ- بيّن أن : $z'=z+4-2i$ ثم تحقق أن النقطة $C$ هي صورة النقطة $A$ بالانسحاب $T$ .

ب- بيّن أن : $\dfrac{b-c}{a-c}=2i$ .

جـ- استنتج أن المثلث $ABC$ قائم الزاوية وأن $BC=2AC$ .

**تمرين 2 :** ( بكالوريا تونس 2008 . الشعبة : علوم تجريبية )

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، نعتبر النقط : $A(3;2;6)$ ، $B(1;2;4)$ و $C(4;-2;5)$ .

1) أ- عيّن إحداثيات كل من الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ .

ب- استنتج أن النقط $A$ ، $B$ و $C$ ليست على استقامة واحدة .

جـ- احسب حجم رباعي الوجوه $OABC$ .

2) لتكن $H$ المسقط العمودي للنقطة $O$ على المستوي $(ABC)$. بيّن أن $OH=\dfrac{4}{3}$ .

3) لتكن $(S)$ سطح الكرة التي مركزها النقطة $O$ وتمرّ بالنقطة $A$ .

أ- بيّن أن تقاطع $(S)$ مع المستوي $(ABC)$ هو دائرة $(c)$ مركزها النقطة $H$ .

ب- احسب نصف قطر الدائرة $(c)$ .

**تمرين 3 :** ( بكالوريا المغرب 2008 . الشعبة : علوم تجريبية )

يحتوي كيس على ست كرات حمراء وثلاث كرات خضراء ( لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس ) .

1) نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من هذا الكيس .

أ- احسب احتمال الحصول على كرتين حمراوين وكرة خضراء .

ب- بيّن أن احتمال الحصول على كرة خضراء واحدة على الأقل هو $\dfrac{16}{21}$ .

2) نسحب عشوائيا بالتتابع وبدون إرجاع ثلاث كرات من هذا الكيس .

- احسب احتمال الحصول على ثلاث كرات حمراء .

**تمرين 4 :** ( Bac Antilles Guyane sept 2008 S )

لتكن الدالة العددية $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x+2-\dfrac{4e^x}{e^x+3}$

نسمي $(c)$ التمثيل البياني للدالة $f$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ( وحدة الطول $2\,cm$ ) .

1) أ- احسب نهاية الدالة $f$ عند $-\infty$ .

ب- بيّن أن المستقيم $(D_1)$ الذي معادلته $y=x+2$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحني $(C)$ عند $-\infty$ .

جـ- ادرس الوضعية النسبية للمنحني $(C)$ بالنسبة للمستقيم $(D_1)$ .

2) أ- أثبت أنه ، من أجل كل عدد حقيقي $x$ ، $f'(x)=\left(\frac{e^x-3}{e^x+3}\right)^2$ .

ب- ادرس اتجاه تغيّر الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ وشكل جدول تغيّراتها .

3) أ- ما ذا يمكن القول عن المماس $(D_2)$ للمنحني $(C)$ في النقطة $I$ ذات الفاصلة $\ln 3$ ؟

ب- باستعمال تغيرات الدالة $f$ ، ادرس وضعية المنحني $(C)$ بالنسبة إلى $(D_2)$ .

4) أ- بيّن أن معادلة المماس $(D_3)$ للمنحني $(C)$ في النقطة ذات الفاصلة $0$ هي : $y=\frac{1}{4}x+1$ .

ب- ادرس ، على المجال $]-\infty;\ln 3]$ ، وضعية المنحني $(C)$ بالنسبة للمماس $(D_3)$

( يمكن استعمال المشتقة الثانية $f''$ للدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f''(x)=\frac{12e^x(e^x-3)}{(e^x+3)^2}$ . )

5) نقبل أن النقطة $I$ هي مركز تناظر للمنحني $(C)$ .

- ارسم $(D_1)$ ، $(D_2)$ ، $(D_3)$ و $(C)$ .

6) أ- عيّن دالة أصلية للدالة $g$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=\frac{e^x}{e^x+3}$ .

ب- ليكن $\lambda$ عددا حقيقيا سالبا تماما . $A(\lambda)$ بوحدة المساحة هي مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحني $(C)$ ، المستقيم $(D_1)$ والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=0$ و $x=\lambda$ .

- أثبت أن : $A(\lambda)=4\ln 4-4\ln\left(e^{\lambda}+3\right)$ .

جـ- احسب $\lim\limits_{\lambda\to-\infty}A(\lambda)$ .

**تمرين 5 :** ( بكالوريا تونس 2008 . الشعبة : رياضيات )

1) نعتبر في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ المعادلة $(E)$ : $3x-8y=5$ .

- برهن أن حلول المعادلة $(E)$ هي الثنائيات $(x;y)$ حيث : $x=8k-1$ و $y=3k-1$ مع $k\in\mathbb{Z}$ .

2) أ- ليكن $n$ ، $x$ و $y$ ثلاثة أعداد طبيعية حيث : $\begin{cases} n=3x+2 \\ n=8y+7 \end{cases}$

- أثبت أن $(x;y)$ حل للمعادلة $(E)$.

ب- نعتبر الجملة $(S)$ : $\begin{cases} n\equiv 2\,[3] \\ n\equiv 7\,[8] \end{cases}$ $(n\in\mathbb{N})$

- أثبت أن $n$ حل للجملة $(S)$ إذا وفقط إذا كان : $n\equiv 23\,[24]$ .

3) أ- ليكن $k$ عددا طبيعيا . عيّن باقي قسمة $2^{2k}$ على 3 وباقي قسمة $7^{2k}$ على 8 .

ب- تحقق أن 1991 حل للجملة $(S)$ وبيّن أن العدد $(1991)^{2008}-1$ يقبل القسمة على 24 .