السلسلة رقم 3 تحضيرا لبكالوريا 2011
(إعداد الأستاذ بواب نورالدين)

التمرين الأول : (Bac Métropole Juin 2010 STL)

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$.

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة (E) : $z^2-4z+16=0$.
2. نعتبر النقطتين A و B اللتين لاحقتاهما $z_A=2-2i\sqrt{3}$ و $z_B=2+2i\sqrt{3}$.
   - عيّن الطويلة وعمدة لكل من العددين المركبين z_A و z_B .
3. لتكن C النقطة ذات اللاحقة $z_C=-2\sqrt{3}-2i$
   أ- بيّن أن النقط A ، B و C تنتمي إلى نفس الدائرة (c) يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها .
   ب- أنشئ الدائرة (c) والنقط A ، B و C .
4. لتكن D النقطة ذات اللاحقة $z_D=4i$.
   - بيّن أن النقطة C هي صورة النقطة D بالدوران الذي مركزه O وزاويته $\frac{2\pi}{3}$.
5. بيّن أن النقطة E صورة النقطة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{OB}$ تنتمي إلى الدائرة (c) .
   - علم النقطة E .

التمرين الثاني : (Bac Amérique du Nord Juin 2010 S)

في الفضاء المزود بمعلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ، نعتبر النقط :
$A(1;-2;4)$ ، $B(2;-6;5)$ و $C(-4;0;-3)$.

1. أ- بيّن أن النقط A ، B و C ليست في استقامية .
   ب- بيّن أن الشعاع $\vec{n}(1;-1;-1)$ هو شعاع ناظمي للمستوي (ABC) .
   جـ- عيّن معادلة للمستوي (ABC) .
2. أ- اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم الذي يمرّ بالنقطة O وعمودي على المستوي (ABC) .
   ب- عيّن إحداثيات النقطة O' المسقط العمودي للنقطة O على المستوي (ABC) .
3. نسمي H المسقط العمودي للنقطة O على المستقيم (BC) .
   ليكن t العدد الحقيقي الذي يحقق $\overrightarrow{BH}=t\,\overrightarrow{BC}$.
   أ- بيّن أن : $t=\dfrac{\overrightarrow{BO}\cdot\overrightarrow{BC}}{\left\|\overrightarrow{BC}\right\|^2}$.
   ب- استنتج قيمة t وإحداثيات النقطة H .

التمرين الثالث :

يحتوي صندوق على 5 كرات بيضاء و 2 كرات سوداء و 3 كرات حمراء (لا نميّز بينها عند اللمس) .
نسحب عشوائيا وفي آن واحد أربع كرات من هذا الصندوق .

1. نعتبر الحادثتين التاليتين :
   A : « الحصول على كرة حمراء واحدة فقط »
   B : « الحصول على كرة بيضاء على الأقل »
   - بيّن أن : $P(A)=\frac{1}{2}$ و $P(B)=\frac{41}{42}$.
2. ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يربط بكل سحبة لأربع كرات بعدد الكرات الحمراء المسحوبة .

أ- حدّد القيم التي يأخذها المتغيّر العشوائي X .

ب- عيّن قانون الاحتمال للمتغيّر العشوائي X .

التمرين الرابع : (Bac Polynésie Juin 2010 S)

الجزء الأول :

لتكن g الدالة العددية المعرفة على المجال $[1;+\infty[$ بــ : $g(x)=\ln(2x)+1-x$

1 أ- بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل في المجال $[1;+\infty[$ حلا وحيدا α .

ب- أثبت أن : $1+\ln(2\alpha)=1$.

2 لتكن المتتالية (u_n) المعرفة بــ :

$u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\ln(2u_n)+1$.

نسمي (Γ) المنحني الذي معادلته $y=\ln(2x)+1$ في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

أ- باستعمال المنحني (Γ) ، مثل على محور الفواصل الحدود: u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 .

ب- أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $1\leq u_n\leq u_{n+1}\leq 3$.

جـ- أثبت أن المتتالية (u_n) متقاربة نحو العدد α .

الجزء الثاني :

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[1;+\infty[$ بــ : $f(x)=(x-1)e^{1-x}$.

ليكن (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1 من أجل كل عدد حقيقي x أكبر من أو يساوي 1 ، نضع :

$$F(x)=\int_1^x f(t)dt=\int_1^x (t-1)e^{1-t}\,dt$$

أ- بيّن أن الدالة F متزايدة على المجال $[1;+\infty[$.

ب- باستعمال المكاملة بالتجزئة ، أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $[1;+\infty[$ ،

$$F(x)=-x\,e^{1-x}+1$$

جـ- بيّن أنه ، من أجل كل عدد حقيقي x من $[1;+\infty[$ ،

المعادلة $F(x)=\frac{1}{2}$ تكافئ المعادلة $\ln(2x)+1=x$.

2 a عدد حقيقي أكبر من أو يساوي 1 . نسمي D_a جزء المستوي المحدد بالمنحني (C_f) ، محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=a$.

عيّن العدد a بحيث يكون $D_a=\frac{1}{2}$.