المتتاليات التراجعية من الشكل : $u_{n+1}=f(u_n)$

التمرين (30) نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in N}$ المعرفة كما يلي :

$$\begin{cases} u_0=3 \\ u_{n+1}=\dfrac{5u_n-4}{u_n+1} \end{cases}$$

1/ بيّن انه من اجل كل عدد طبيعي n ، $u_n \succ 2$

2/ ادرس رتابة المتتالية $(u_n)_{n\in N}$ واستنتج أن $(u_n)_{n\in N}$ متقاربة واحسب $\lim u_n$

3/ لتكن (v_n) المتتالية المعرفة على N كما يلي : $v_n=\dfrac{1}{u_n-2}$

أ- بيّن أن المتتالية (v_n)حسابية حدد أساسها وحدها الأول

ب- احسب نهاية المتتالية (u_n) بطريقة أخرى .

التمرين (31) لتكن المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة كما يلي : $u_{n+1}=\dfrac{3}{4}u_n+2$ و $u_0=1$

1) ارسم المستقيمين (D) ذي المعادلة $y=\dfrac{3}{4}x+2$ و (Δ) ذي المعادلة : $y=x$ في معلم متعامد ومتجانس . عين A نقطة تقاطعهما ولتكن α فاصلة النقطة A .

2) مثل على حامل محور الفواصل وبدون حساب الحدود u_1 ، u_2 ، u_3 ، u_4 و u_5

3) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ وتقاربها.

4) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n\le 8$

5) ادرس اتجاه تغير المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$. هل $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متقاربة ؟

6) أ) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة كما يلي : $v_n=u_n-\alpha$ ، برهن ان (v_n) متتالية هندسية

ب) أكتب عبارة u_n بدلالة n ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

التمرين (32) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كما يلي : $(n\in\mathbb{N})$

$$\begin{cases} u_0=0 \\ u_{n+1}=\dfrac{2}{3}u_n+\dfrac{1}{3} \end{cases}$$

1- أ) برهن بالتراجع أن من أجل كل عدد طبيعي n : $0\le u_n\le 1$

ب) برهن أن (u_n) متزايدة . ماذا تستنتج ؟ احسب $\lim u_n$

2- لتكن f الدالة العددية المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية كما يلي : $f(x)=\dfrac{2}{3}x+\dfrac{1}{3}$

أ) عين العدد الحقيقي α بحيث : $f(\alpha)=\alpha$

ب) نضع $v_n=u_n-\alpha$ من اجل كل عدد طبيعي n ، بين أن (v_n) متتالية هندسية

ج) احسب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n

د) استنتج من جديد نهاية المتتالية (u_n)

3- احسب المجموعين : $s_n=v_0+v_1+.....+v_n$ و $s'_n=u_0+u_1+....+u_n$

إعداد الأستاذ
حليلات عمار