التمرين (10) ادرس تقارب المتتاليات التالية المعرفة بحدها العام

1) $u_n=\frac{3n+2}{2n-1}$ ، 2) $u_n=e^{1-n}$. 3) $u_n=\ln\left(1+\frac{1}{2n+3}\right)$. 3) $u_n=\sqrt{\frac{n^2+2}{2n+3}}$

4) $u_n=\ln\left(3+e^{2-n}\right)$ (5.) . 5) $u_n=\frac{n\sqrt{n}+n}{n+1}$ 6) $u_n=\frac{e^{-n}-1}{2e^{-n}+1}$. 7) $u_n=\ln\left(\frac{e^n-3}{e^n+1}\right)$

8) $u_n=\ln\left(\frac{e^n+2}{e^{2n}+1}\right)$ ، 9) $u_n=(n+2)e^{-n}$ ، 10) $u_n=\frac{e^n-6}{2e^n+1}$ ، 11) $u_n=\frac{n\cos(2\pi n)}{n+1}$

التمرين (11) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}^*$ كما يلي :

$$u_n=\frac{1}{n+\sqrt{1}}+\frac{1}{n+\sqrt{2}}+.......+\frac{1}{n+\sqrt{n}}$$

1) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $\frac{n}{n+1}\le u_n\le\frac{n}{n+\sqrt{n}}$

2) أدرس تقارب كل من المتتاليتين (v_n) و (w_n) المعرفتين بـــ :

$$v_n=\frac{n}{n+\sqrt{n}} \text{ و } w_n=\frac{n}{n+1}$$

3) أستنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة وعين نهايتها .

التمرين (12) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}^*$كما يلي :

$$u_n=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+.......+\frac{1}{n}=\sum_{k=1}^{k=n}\frac{1}{k}$$

1) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$ ، $\ln(x+1)\le x$

(يمكنك دراسة اتجاه تغير الدالة $f:x\to\ln(x+1)-x$)

2) استنتج : من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم k ، $\ln(k+1)-\ln k\le\frac{1}{k}$

ثم من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $\ln(n+1)\le u_n$

3) ما هي نهاية المتتالية (u_n) ؟

التمرين (13) $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$المتتالية العددية المعرفة كما يلي : $u_0=\frac{1}{2}$ و $u_{n+1}=\frac{1}{2}\left(u_n+\frac{2}{u_n}\right)$

1 . f الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بالدستور : $f(x)=\frac{1}{2}\left(x+\frac{2}{x}\right)$

– ادرس تغيرات الدالة f وارسم تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ وحدة الطول : $2cm$

– باستعمال الرسم السابق أنشئ على محور الفواصل النقط A_0 ، A_1 ، A_2 و A_3 فواصلها على الترتيب u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 .

إعداد الأستاذ
حليلات عماد

2. بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم ، $u_n \geq \sqrt{2}$

3. بيّن أنه من أجل كل $x \geq \sqrt{2}$ لدينا $f(x) \leq x$

4. أستنتج أن المتتالية متناقصة ابتداء من الرتبة الثانية .

5. بيّن أن المتتالية متقاربة .

6. لتكن l نهاية المتتالية (u_n) . بين أن l هو حل للمعادلة $x = \frac{1}{2}\left(x + \frac{2}{x}\right)$ واحسب قيمته .

التمرين (14) نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 1}$ المعرفة كما يلي :

$$\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n + 2} \end{cases}$$

1 / برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم ، $0 \leq u_n \leq 2$.

2/ بيّن أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ متـــــزايدة و ماذا تستنتج ؟

3/ أ- بيّن أن : $2 - u_{n+1} \prec \frac{2 - u_n}{2}$

ب- بيّن أن : $0 \prec 2 - u_n \prec \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ ثم استنتج $\lim u_n$

المتتاليات الحسابية والمتتاليات الهندسية (تذكير وتدعيم)

التمرين (15) (v_n) متتالية حسابية حدها الأول v_1 و $\begin{cases} v_1 + v_2 + v_3 = \frac{3}{2} \\ v_1 + 4v_2 - v_3 = 7 \end{cases}$

1) عين الحدود v_2 ثم v_1 و v_3 وأساس المتتالية .

2) احسب الحد العام v_n بدلالة n .

3) عبر بدلالة n عن المجموع $s_n = v_1 + v_2 + ... + v_n$

4) عيّن العدد n بحيث يكون : $s_n = -10$

التمرين (16) (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_1 و أساسها r .

أ- احسب u_1 و r علما أن : $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 24 \\ u_4 + u_5 + u_6 + u_7 = 74 \end{cases}$

ب- استنتج عبارة u_n بدلالة n ثم عين أصغر عدد طبيعي n يحقق : $u_n \succ 5978$

2/ (v_n) متتالية حسابية حدها الأول v_1 وأساسها q .

نضع : $s_n = v_1 + v_2 + ... + v_n$

عين v_1 و q حتى يكون $2s_n = n(3n+7)$ من أجل كل n من N^*

إعداد الأستاذ: حليلات عمار