التمرين (04) برهن بالتراجع أن :

1) من أجل كل عدد طبيعي اكبر من أو يساوي 6 : $3^n \geq 100n$

2) لكل عدد طبيعي n ، $(1+\alpha)^n \geq 1+\alpha n$ حيث α عدد حقيقي موجب تماما (متباينة برنولي)

– استنتج أنه إذا كان $q \succ 1$ فإن : $\lim\limits_{n \to +\infty} q^n$

التمرين (05) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي : $f(x) = \dfrac{2x+5}{x-1}$

1/ عيّن f' ، f'' ، $f^{(3)}$ و $f^{(4)}$ الدوال المشتقة المتتابعة للدالة f

2/ أعط تخمينا ، حسب قيم العدد n لعبارة $f^{(n)}(x)$

3/ برهن بالتراجع صحة تخمينك

تعريف : عاملي العدد الطبيعي n هو العدد الطبيعي الذي نرمز له بـــ

التمرين (06) الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $f(x) = x\cos x$.

1) من أجل كل عدد حقيقي x ، أحسب $f'(x)$ ، $f''(x)$ و $f^{(3)}(x)$.

2) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، ومن أجل كل عدد حقيقي x ،

$$f^{(n)}(x) = x\cos\left(x+\frac{n\pi}{2}\right) + n\cos\left(x+(n-1)\frac{\pi}{2}\right)$$

التمرين (07) n عدد طبيعي ، نسمي $P(n)$ الخاصية : 9 يقسم 10^n+1

أ) أثبت أن $P(n)$ خاصية وراثية

ب) هل من اجل كل عدد طبيعي n ، 10^n+1 مضاعف 9 ؟

ج) ماهي النتيجة المستخلصة من هذا التمرين ؟

Le raisonnement par récurrence est la version mathématique du raisonnement « de proche en proche ». Il s'énonce comme suit :

Principe de récurrence - Soient $P_0, P_1, \dots, P_n \dots$ des propriétés mathématiques. On sait que P_0 est vraie. On sait aussi que, pour un *n* quelconque, si P_n est vraie alors P_{n+1} est vraie aussi. Alors, toutes les propriétés P_n sont vraies.

Une application simple de ce principe est la définition par récurrence : si on définit un objet x_0 puis si, pour tout entier *n*, on donne une manière de définir l'objet x_{n+1} à partir de l'objet x_n, alors les objets x_n sont bien définis pour tout *n*.

Une démonstration par récurrence **contient donc toujours deux étapes** :

- L'initialisation : c'est la vérification de P_0. **Il ne faut jamais l'oublier, sinon on raisonne sur du vide** !
- La récurrence proprement dite : on suppose que la propriété P_n est vraie (on l'appelle hypothèse de récurrence), et on essaie de montrer P_{n+1} à partir d'elle