التمرين (16) I) لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي :

$f(x)=1-\frac{1}{2}x-\frac{2}{e^x+1}$ و (C) هو المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس.

1) أ – تحقق من أن : $\frac{1}{e^{-x}+1}=1-\frac{1}{e^x+1}$ لكل x من $\mathbb{R}$

ب – استنتج أن f فردية

2) احسب : $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

3) أ– بين أن : $f'(x)=-\frac{1}{2}\left(\frac{e^x-1}{e^x+1}\right)^2$ لكل x من $\mathbb{R}$

ب– أعط جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}^+$

ج – استنتج ان : $1-\frac{2}{e^x+1}\leq\frac{1}{2}x$ لكل x من $\mathbb{R}$.

4) بيّن ان : $\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-\left(1-\frac{1}{2}x\right)\right]=0$ ثم فسّر النتيجة هندسيا

5) أنشئ في المعلم المستقيم الذي معادلته : $y=1-\frac{1}{2}x$ ثم أنشئ المنحني (C)

II) لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $u_0=1$ و $u_{n+1}=1-\frac{2}{e^{u_n}+1}$ لكل n من $\mathbb{N}$

1) بين بالتراجع أن : $u_n\succ 0$ لكل n من $\mathbb{N}$

2) أ– تحقق باستعمال نتيجة السؤال الثالث ج من الجزء الأول ، أن : $u_{n+1}\leq\frac{1}{2}u_n$ لكل n من $\mathbb{N}$

ب– استنتج ان المتتالية (u_n) متناقصة .

3) بيّن أن : $u_n\leq\left(\frac{1}{2}\right)^n$ لكل n من $\mathbb{N}$ ثم احسب $\lim_{n\to+\infty}u_n$

التمرين (17)

نعرّف متتالية (u_n) على المجموعة N بـــ : $u_0=2$ ومن أجل كل عدد n ، $u_n-2u_{n+1}=2n+3$.

1. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n=2^{-n}-2n+1$

2. (v_n) متتالية معرفة N على بـــ : $v_n=u_n+tn-1$.

أ ـــ بيّن أنّه إذا كان $t\neq 2$ ، فإن المتتالية (v_n) تكون متباعدة .

ب ـــ أثبت أنّه يوجد عدد طبيعي t ؛ تكون من أجله المتتالية (v_n) هندسية يطلب تحديد أساسها

جـــ ـــ أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n=v_0+v_1+...+v_n$

3. في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس نعتبر النقط A ، B ، C و G حيث :

$2\overrightarrow{GA}+3\overrightarrow{GB}+\lambda\overrightarrow{GC}=\vec{0}$ مع λ عدد حقيقي.

عيّن λ حتى تكون النقطة G مرجّحا للنقط A ، B و C المرفقة بالمعاملات S_0 ، S_1 و S_2 على الترتيب