التمرين (07) (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \sqrt{4u_n} \end{cases}$

1- أحسب u_1

2- أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $0 < u_n < 4$

ب) بين أن (u_n) متزايدة ، ماذا تستنتج ؟

3- نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي : $v_n = \ln(u_n) - \ln 4$

أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية

ب) أكتب v_n و u_n بدلالة n ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

4- أحسب بدلالة n كلا من : $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$ و $P_n = u_0 \times u_1 \times ... \times u_n$

التمرين (08) $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ متتالية عددية حدودها موجبة معرفة كما يلي :

$$\begin{cases} u_1 = e^2 \\ (u_{n+1})^2 e = u_n \end{cases}$$

نعتبر المتتالية $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ المعرفة كما يلي : $v_n = \dfrac{1+\ln u_n}{2}$

1/ أثبت أن $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

2/ اكتب v_n ثم u_n بدلالة n . 3/ ادرس تقارب المتتالية (u_n)

4/ احسب المجموع S بدلالة n حيث : $S = u_1 + u_2 + ... + u_n$

5/ ما هي طبيعة المتتالية (t_n) حيث : $t_n = \ln u_n$

التمرين (09) لتكن المتتالية (u_n) و المتتالية (v_n) المعرفتين كما يلي :

$u_0 = 12$ ، $v_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \dfrac{u_n + 2v_n}{3}$ و $v_{n+1} = \dfrac{u_n + 3v_n}{4}$.

نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $w_n = u_n - v_n$ و $t_n = 3u_n + 8v_n$.

1) أثبت أن المتتالية (w_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

2) أحسب w_n بدلالة n .ما هي نهاية (w_n)؟

3) أثبت أن المتتالية (t_n) متتالية ثابتة . ما هي نهاية (t_n)؟

4) أثبت أن المتتاليتين (u_n) و (v_n) متجاورتان.ثم استنتج نهاية u_n و نهاية v_n.

التمرين (10) نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in N^*}$ المعرفة كما يلي :

$$u_1 = -1$$

$$u_{n+1} = \frac{n}{2(n+1)}u_n + \frac{3(n+2)}{2(n+1)}$$

1/ برهن أن (u_n) محدودة من الأعلى بالعدد 3

2/ ادرس رتابة المتتالية (u_n) . استنتج أن (u_n) متقاربة احسب نهايتها

رضاد الأستاذ
حليلات عمار

3/ نضـــع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $v_n = n(3-u_n)$

أ) برهن ان المتتالية (v_n) هندسية

ب) عبر عن v_n ثم u_n بدلالة n ثم جد نهاية المتتالية (u_n) من جديد

4/ احسب المجموعين : $S_1 = v_1 + v_2 + ... + v_n$ و $S_2 = v_1^2 + v_2^2 + ... + v_n^2$

التمرين (11) 1- $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية هندسية حدودها موجبة حيث :

$$\ln u_1 + \ln u_5 = -12 \quad \text{و} \quad \ln u_2 - \ln u_4 = 4$$

- عيّن أساس هذه المتتالية الهندسية وحدها u_0 . احسب u_n بدلالة n
- نسمي S_n المجموع : $u_0 + u_1 + ... + u_n$.احسب S_n بدلالة n ثم $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$

2- $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المتتالية العددية المعرفة كما يلي : $v_n = \ln u_n + \ln u_{n+1}$

- بيّن أن $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها.
- نسمي T_n المجموع : $v_0 + v_1 + ... + v_n$. عيّن العدد الطبيعي n حتى يكون : $T_n^{\,2} = 2^{30}$

التمرين (12) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0 = e^3 - 1$ و من اجل كل عدد طبيعي n لدينا : $e^3 u_{n+1} = 1 - e^3 + u_n$.

1- احسب الحدود : u_1 و u_2 و u_3

2- أثبت أنه مهما يكن العدد الطبيعي n فإن : $1 + u_n \succ 0$

3- استنتج أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما .ماذا تستنتج بخصوص تقارب (u_n)؟

4- نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = 2(1+u_n)$.

أ- أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

ب- احسب u_n بدلالة n ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

ج- عين مجموعة العداد الطبيعية nحتى يكون : $v_n \geq 2\times 10^9$

التمرين (13) المتتالية العددية $(u_n)_{n\in N}$ معرفة بحدها الأول u_0 وبعلاقة التراجع الآتية :

$u_{n+1} = \dfrac{7u_n + 2}{u_n + 8}$ من أجل كل عدد طبيعي n

1) عيّن قيم u_0 التي من أجلها تكون المتتالية (u_n) ثابتة.

2) نفرض في ما يلي : $u_0 = 0$

أ) احسب u_1, u_2 ثم أثبت أنه من اجل كل عدد طبيعي n ، $0 \leq u_n \leq 1$

ب) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج تقارب المتتالية (u_n) واحسب نهايتها.

3) لتكن المتتالية العددية (v_n) المعرفة كما يلي : $v_n = \dfrac{u_n + 2}{u_n - 1}$

أ) أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية ، يطلب حساب حدها الأول و أساسها.

ب) عبّر عن u_n بدلالة n ثم احسب نهاية (u_n)

جـ) احسب كلا من S_n و P_n إذا علمت أن :

$$S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n \quad \text{و} \quad P_n = v_0 \times v_1 \times ..... \times v_n$$

رصداد الأستاذ:
حليلات عمار