التمرين (20) احسب :

$$z_1=\left(1+i\sqrt{3}\right)^5+\left(1-i\sqrt{3}\right)^5 \quad ، \quad z_2=\frac{(1+i)^4}{\left(\sqrt{3}-i\right)^3} \quad ، \quad z_3=\left(\frac{\sqrt{2}+i\sqrt{6}}{2(1-i)}\right)^{1990}$$

التمرين (21) عيّن الطويلة وعمدة لكل عدد مركب مما يلي :

1) $z_1=1+\cos\alpha+i\sin\alpha$ و $\alpha\in[0;2\pi[$ 2) $z_2=1-\cos\alpha+i\sin\alpha$ ، $\alpha\in[0;2\pi[$

3) $z_3=\dfrac{1+i\tan\theta}{1-i\tan\theta}$ و $\theta\in\left]\dfrac{-\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right[$ 4) $z_4=\dfrac{1}{1-i\tan\theta}$ ، $\theta\in\left]\dfrac{-\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right[$

التمرين (22) نعتبر العددين المركبين z_1 ، z_2 حيث : $z_1=-\sqrt{3}+i$ و $z_2=\sqrt{2}-\sqrt{2}i$

1) أكتب z_1 و z_2 على الشكل الأسي .

2) استنتج الطويلة وعمدة للعدد المركب L حيث : $L=\dfrac{-\sqrt{3}+i}{\sqrt{2}-\sqrt{2}i}$

3) اكتب العدد المركب L على الشكل الجبري .

4) استنتج قيمتي : $\cos\dfrac{13\pi}{12}$ و $\sin\dfrac{13\pi}{12}$

التمرين (23) لتكن A ، B ، C و D أربع نقط لواحقها على التوالي :

$a=-1+i$ ، $b=-1-i$ ، $c=2i$ ، $d=2-2i$

1) احسب الطويلة وعمدة كل من العددين المركبين : $\dfrac{c-a}{d-a}$ و $\dfrac{c-b}{d-b}$

2) استنتج طبيعة كل من المثلثين ACD و BCD

3) بيّن أن النقط A ، B ، C و D تنتمي إلى دائرة يطلب تحديد مركزها ونصف قطرها

التمرين (24) 1) برهن أنّ : $\dfrac{2}{1-e^{i\frac{\pi}{5}}}=\dfrac{e^{i\frac{2\pi}{5}}}{\sin\dfrac{\pi}{10}}$

2) أحسب المجموع $1+e^{i\frac{\pi}{5}}+e^{i\frac{2\pi}{5}}+e^{i\frac{3\pi}{5}}+e^{i\frac{4\pi}{5}}$.

3) عين قيمة لكل من المجموعين S و T حيث $S=\sum_{k=0}^{4}\cos\dfrac{k\pi}{5}$ و $T=\sum_{k=0}^{4}\sin\dfrac{k\pi}{5}$.

التمرين (25) : 1) بيّن أن : $e^{i\frac{\pi}{11}}+e^{i\frac{3\pi}{11}}+e^{i\frac{5\pi}{11}}+e^{i\frac{7\pi}{11}}+e^{i\frac{9\pi}{11}}=\dfrac{ie^{-i\frac{\pi}{22}}}{2\sin\dfrac{\pi}{22}}$

2) استنتج أن : $\cos\dfrac{\pi}{11}+\cos\dfrac{3\pi}{11}+\cos\dfrac{5\pi}{11}+\cos\dfrac{7\pi}{11}+\cos\dfrac{9\pi}{11}=\dfrac{1}{2}$

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار