التمرين (12) لتكن في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة التالية :

$$z^2 - [\sqrt{3} + 1 + 2i]z + (\sqrt{3} - 1) + i(\sqrt{3} + 1) = 0 \dots\dots\dots (1)$$

(1) أ) احسب $(\sqrt{3} - 1)^2$ ثم حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (1)

نسمي z_1 و z_2 حلي هذه المعادلة بحيث : $|z_1| > |z_2|$

ب) اكتب كلا من العددين z_1 و z_2 على الشكل المثلي ثم استنتج الطويلة وعمدة للعدد

المركب $z_1 \times z_2$.

(2) عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $\left(\frac{z_1 \times z_2}{2\sqrt{2}}\right)^n$ عددا حقيقيا موجبا.

(3) نضع : $a = \frac{z_1}{2}$ و $b = \frac{z_2}{\sqrt{2}}$ و $L = \frac{a+b}{1+ab}$

أ) تحقق ان $|a| = |b| = 1$.

ب) احسب مرافق L بدلالة a و b واستنتج أن L حقيقي .

التمرين (13) نعتبر كثير الحدود للمتغير المركب z المعروف بـ :

$$P(z) = z^4 - 6z^3 + 24z^2 - 18z + 63$$

1. أ - احسب $P(i\sqrt{3})$ و $P(-i\sqrt{3})$

ب - برهن أنه توجد أعداد حقيقية a ، b ، و c بحيث من أجل كل عدد مركب z

$$P(z) = (z^2 + 3)(az^2 + bz + c)$$

2. حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z ، $P(z) = 0$.

. المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$.

أ - مثلّ النقط A ، B ، C ، و D ذات اللواحق على الترتيب $z_A = i\sqrt{3}$ ، $z_B = -i\sqrt{3}$

$$z_D = \overline{z_C} \text{ و } z_C = 3 + 2i\sqrt{3}$$

ب - أثبت أن النقط A ، B ، C ، و D تنتمي إلى نفس الدائرة.

4. لتكن النقطة E نظيرة D بالنسبة إلى المبدأ O .

بيّن أن $\frac{z_C - z_B}{z_E - z_B} = e^{-i\frac{\pi}{3}}$ ثم عيّن طبيعة المثلث BEC .

التمرين (14) α عدد مركب غير معدوم . 1. أنشر العبارة $[1 - i(1 + \alpha)]^2$.

2. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية ذات المجهول z :

$$z^2 + [-1 + i(1 - \alpha)]z + i\alpha + \alpha = 0$$

نرمز بـ z_1 و z_2 إلى حلي هذه المعادلة حيث z_2 هو الحل المستقل عن α

3. نفرض في هذا السؤال أن $\alpha = iy$ حيث y عدد حقيقي غير معدوم .

أكتب كلا من z_1 و z_2 على شكله المثلثي .

4. المستوي مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$.

A و M نقطتان من المستوي لاحقتاهما z_2 و z على الترتيب ، ولتكن E_p مجموعة النقط M من

$$\text{المستوي التي يكون من أجلها : } (z - z_2)(\overline{z - z_2}) = 2.$$

تحقق أن مبدأ المعلم O ينتمي إلى E_p ثم عيّن E_p

التمرين (15) لتكن في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة التالية :

$$z^3 + 2(-\sqrt{3} + i)z^2 + 4(1 - i\sqrt{3})z + 8i = 0 \dots \dots (1)$$

1. بيّن أن المعادلة (1) تقبل حلا تخيليا صرفا z_0 يطلب تعيينه.

2. حل عندئذ المعادلة (1). نسمي z_1 و z_2 الحلين الآخرين حيث الجزء التخيلي للعدد z_1 سالب

1. نضع : $\omega = \frac{z_1}{z_2}$ (أ). عيّن الشكل المثلثي للعدد ω .

(ب) المستوي مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$. بكل عدد مركب

z غير معدوم نرفق النقط M ، M_1 ، M_2 التي لواحقها على الترتيب : z ، ωz ، $\omega^2 z$.
- برهن أن الرباعي OMM_1M_2 معيّن.

التمرين (16) /1 حل في $\mathbb{C}$ المعادلة التالية :

$$z^2 - (1+i)z - 4i = 0$$

$$/2$$
 نعتبر المعادلة : $z^4 - (1+i)z^3 + (9-4i)z^2 - 9(1+i)z - 36i = 0$

(أ) بيّن ان لهذه المعادلة حلين تخيليين صرفيين متعاكسين z_3 ، z_4 ، يطلب تعيينهما.

(ب) استنتج مجموعة حلول هذه المعادلة .

/3 المستوي مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$. M نقطة من المستوي لاحقتها z

- اوجد مجموعة النقط M من المستوي بحيث يكون : $\arg\left(\frac{z - z_3 - z_4}{z - z_1 - z_2}\right) \equiv \frac{-\pi}{2} [2\pi]$

التمرين (17) $\alpha = \sqrt{2 - \sqrt{2}} - i\sqrt{2 + \sqrt{2}}$ عدد مركب حيث :

(1) احسب α^2 و α^4 ثم اكتب α^4 على شكله المثلثي .

(2) استنتج الطويلة وعمدة للعدد α . ثم احسب كلا من العددين : $\cos \frac{13\pi}{8}$ و $\sin \frac{13\pi}{8}$

(3) المستوي مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$. M نقطة لاحقتها z عين مجموعة

النقط M بحيث : $|\alpha z| = 8$