سلسلة استعد للبكالوريا رقم (05)

المستوى : ثالثة ثانوي — السنة الدراسية: 2008/2007

الشعبـــــة :علوم تجريبية + رياضيات و تقني رياضي

إعداد الأستاذ: حليلات عمار

المحور: الأعداد المركبة

تمرين مدخل للأعداد المركبة : مثال بومبيلي(Bombelli).

الهدف من هذا النشاط هو حل المعادلة ذات المجهول الحقيقي x : $x^3=15x+4$ ..... (1) .

1) أثبت أن $\alpha+\beta$ حل للمعادلة (1) إذاوفقط إذا: $\alpha^3+\beta^3+3(\alpha\beta-5)(\alpha+\beta)-4=0$ .... (2) .

2) ما هي القيمة التي يجب إعطاؤها للعدد $\alpha\beta$ حتى تكتب المعادلة (2) على الشكل $\alpha^3+\beta^3=4$ ؟
ما هي قيمة $\alpha^3\beta^3$ في هذه الحالة ؟

3) تأكد أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $\left(x-\alpha^3\right)\left(x-\beta^3\right)=x^2-4x+125$.

4) نعتبر المعادلة $x^2-4x+125=0$ . . . (3) تأكد أن هذه المعادلة لا تقبل حلولا حقيقية .

5) نتخيل عدد نرمز له "i" **حيث** $i^2=-1$.
أكتب حلول المعادلة (3) في هذه الحالة .

أحسب $(2-i)^3$ و $(2+i)^3$ ، استنتج حلا حقيقيا للمعادلة (1). ثم عين حلول المعادلة (1).

الجزء الأول : العمليات على الشكل الجبري

التمرين (01) اكتب الأعداد المركبة التالية على شكلها الجبري :

$z_1=(2+i)^2$ ، $z_2=(4+2i)(4-2i)$ ، $z_3=(2-i)^2(1+2i)^2$ ، $z_4=(3-2i)^3$

$z_5=\left(\frac{-1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3$ ، $z_6=\frac{4-6i}{3+2i}$ ، $z_7=\frac{1+i}{3-i\sqrt{2}}$ ، $z_8=\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{4n}$ ، $z_9=\frac{\cos\theta+i\sin\theta}{\cos\theta-i\sin\theta}$

التمرين (02) حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلات ذات المجهول z التالية :

/1 $3z-2+i=(1+i)z-1-2i$ ، /2 $(3-4i)z^2=iz$ ، /3 $\frac{z+1}{z-1}=2i$

التمرين (03) حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلات ذات المجهول z التالية :

/1 $z^2+z\overline{z}-4-6i=0$ ، /2 $(1+i)z-(2-i)\overline{z}+3+4i=0$

/3 $\frac{\overline{z}-1}{\overline{z}+1}=i$ ، /4 $(2z+1-i)(i\overline{z}+i-2)=0$

إعداد الأستاذ: حليلات عمار