التمرين (17) نعتبر المكعب $OABCO'A'B'C'$ و لتكن J منتصف [OA] و G مرجح الجملة $\{(O;1),(A;1),(C;3)\}$. حرف المكعب يؤخذ كوحدة .

I) 1) تحقق أن الشعاعين $\overrightarrow{CG}$ و $\overrightarrow{CJ}$ مرتبطان خطيا ثم عين G على الشكل

2) ما هي إحداثيات G في المعلم $\left(O;\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OC};\overrightarrow{OO'}\right)$؟

II) 1) M نقطة كيفية من الفضاء ، عبّر عن $\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MC}$ بدلالة $\overrightarrow{MG}$.

2) عيّن طبيعة (E) مجموعة النقط M من الفضاء حيث :

$$\left(\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MC}\right).\overrightarrow{MB}=0$$

III) 1) عيّن (F) مجموعة النقط M من الفضاء حيث :

$$\left(\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MC}\right).\left(\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MC}\right)=0$$

2) تحقق أن الشعاعين $\overrightarrow{BG}$ و $\overrightarrow{CJ}$ متعامدان و استنتج أن B نقطة من (F) و B' هي أيضا نقطة من (F)

3) – أنشئ تقاطعات (F) مع أوجه المكعب .

– K و K' نقطتا تقاطع (F) مع المستقيمين (OC) و ($O'C'$) على الترتيب ، ما طبيعة الرباعي $BKK'B'$ ؟

VI) عين (H)مجموعة النقط M من الفضاء حيث $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{B'G}=2$

V) 1) باستعمال الإحداثيات في المعلم المذكور أعلاه ، أحسب GO^2 . GA^2 و GC^2 ثم العدد

$$GC^2+GA^2+GO^2$$

2) M نقطة من الفضاء ، عبّر عن $MO^2+\mathrm{MA}^2+3\mathrm{MC}^2$ بدلالة MG^2 (باستعمال الشعاع $\overrightarrow{MG}$ وعلاقة شال).

3) نسمي (L) مجموعة النقط M من الفضاء و التي تحقق $MO^2+\mathrm{MA}^2+3\mathrm{MC}^2=4$.

a) بين أن O تنتمي لـــ (L)

b) تحقق أن M نقطة من (L) إذا وفقط إذا $MG^2=k^2$ حيث k عدد حقيقي يطلب تعيينه .

c) استنتج طبيعة (L) ثم أنشئ تقاطع (L) مع الوجه $OABC$ (أي أثر (L) على الوجه $OABC$ للمكعب).

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار