

التمرين (13) الفضاء مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

1. نعتبر المستوي (P) الذي يشمل النقطة $B(1; -2; 1)$ و $\vec{n}(-2; 1; 5)$ شعاع ناظمي له. والمستوي

(R) المعرف بالمعادلة الديكارتية : $x + 2y - 7 = 0$.

أ- بيّن أن المستويين (P) و (R) متعامدان.

ب- برهن أن تقاطع المستويين (P) و (R) هو المستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة $C(-1; 4; -1)$

وشعاع توجيه له $\vec{u}(2; -1; 1)$.

ج- لتكن النقطة $A(5; -2; -1)$. احسب بعد النقطة A عن المستوي (P) ثم بعد النقطة A

عن المستوي (R) .

د- عيّن بعد النقطة A عن المستقيم (Δ) .

2. أ) من أجل كل عدد حقيقي t ، نعتبر النقطة $M_t(1 + 2t; 3 - t; t)$.

- عيّن بدلالة t الطول AM_t . ونرمز لهذا الطول بـ $\varphi(t)$. ونعرف الدالة φ من R في R .

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة φ واستنتج القيمة الحدية الصغرى لها .

ج- فسّر هندسيا هذه القيمة الحدية الصغرى .

التمرين (14) : الفضاء مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

النقطة $A(1; -1; 3)$ والمستوي (P) الذي معادلته : $x - y + 3z = 0$

1. أ) تحقق من أن : $\begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = 3t \end{cases} (t \in R)$ تمثيل وسيطي للمستقيم (OA) .

ب) حدد معادلة ديكارتية للمستوي (Q) العمودي على المستقيم في النقطة A

ج) تحقق من أن (P) يوازي المستوي (Q) .

2. نعتبر سطح الكرة (S) المماس للمستوي (Q) في A والتي يقطعها المستوي (P) وفق الدائرة Γ

التي مركزها O ونصف قطرها $\sqrt{33}$.

أ) بيّن أن $\Omega(a; b; c)$ مركز سطح الكرة (S) ينتمي إلى (OA) ثم استنتج أن : $b = -a$ و $c = 3a$

ب) بيّن أن : $\Omega A^2 - \Omega O^2 = 33$ ثم استنتج أن : $a - b + 3c = -11$

ج) استنتج إحداثيات Ω مركز سطح الكرة (S) وبيّن أن نصف قطرها يساوي $2\sqrt{11}$.

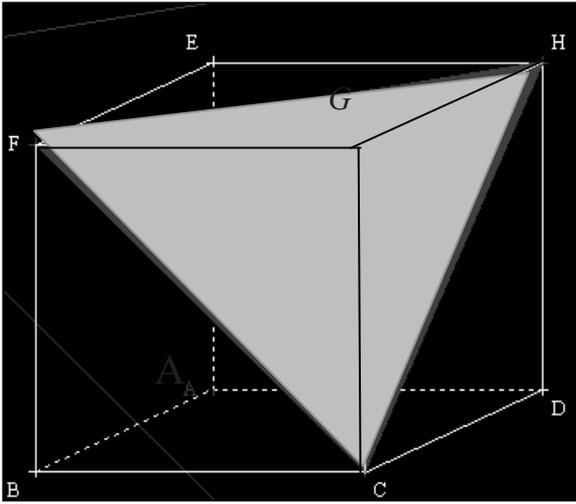
التمرين (15) نعتبر المكعب ABCDEFGH .

1. بين أن المستقيم (AG) عمودي على المستوي (CFH) . (الشكل 1)

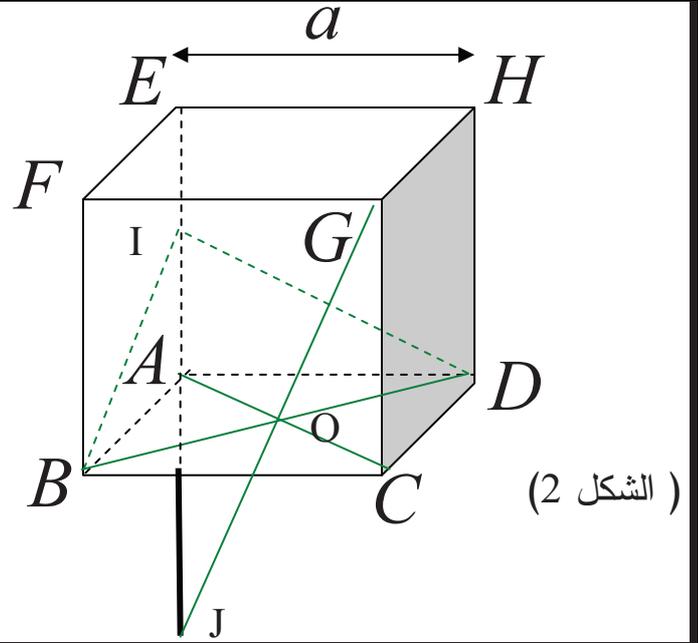
2. أحسب الجداء السلمي $\overline{AE} \cdot \overline{HC}$. (الشكل 2)

3. نعتبر النقطة I منتصف الحرف [AE] والنقطة J بحيث تكون النقطة A منتصف القطعة [EJ]

- أثبت أن المستوي (BDI) هو مستوي محوري للقطعة [GJ] . (الشكل 2)



(الشكل 1)



(الشكل 2)

التمرين (16) : ثلاث نقط من الفضاء ، ليست على استقامة واحدة . k عدد حقيقي

من المجال $[-1 ; 1]$. G_k مرجح الجملة $\{(A; k^2 + 1), (B; k), (C; -k)\}$.

(1) مثل النقط A, B, C و I منتصف $[BC]$ ثم أنشئ النقطتين G_1 و G_2

(2) بين أنه من أجل كل k من المجال $[-1 ; 1]$ لدينا : $\overrightarrow{AG_k} = \frac{-k}{k^2 + 1} \overrightarrow{BC}$

(b) شكل جدول تغيرات الدالة f المعرفة على المجال $[-1 ; 1]$ كما يلي : $f(x) = \frac{-x}{x^2 + 1}$

(c) استنتج مجموعة النقط G_k لما k يسمح المجال $[-1 ; 1]$

(3) عين (E) مجموعة النقط M من الفضاء حيث :

$$\|2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\| = \|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\|$$

(4) عين (F) مجموعة النقط M من الفضاء حيث :

$$\|2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\| = \|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\|$$

(5) الفضاء منسوب الآن إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ ، النقط A, B, C تأخذ الإحداثيات

$(0; 0; 2)$ ، $(-1; 2; 1)$ و $(-1; 2; 5)$ على الترتيب .

(a) عين إحداثيات G_1 و G_2 ، تحقق أن (E) و (F) يتقاطعان .

(b) أحسب نصف قطر الدائرة (C) تقاطع (E) و (F) .