التمرين (11) في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ من الفضاء. نعتبر المستوي (P) ذو المعادلة :

$$2x + y - 2z + 4 = 0$$

و النقط : $A(3; 2; 6)$ ، $B(1; 2; 4)$ ، $C(4; -2; 5)$

1. أ) بيّن أن النقط A ، B و C تعيّن مستويا . ب- بيّن أن هذا المستوي هو المستوي (P) .

2. أ) بيّن أن المثلث ABC قائم

ب) Δ مستقيم يشمل O ويعامد المستوي (P) ، أعط تمثيلا وسيطيا للمستقيم Δ

جـ) K المسقط العمودي للنقطة O على (P) . احسب OK

د) احسب حجم الرباعي OABC

3. نعتبر الجملة المتقلة : $S = \{ (O;3), (A;1), (B;1), (C;1) \}$

أ) بيّن أن هذه الجملة تقبل مرجحا

ب) نرمز بـ I إلى مركز ثقل المثلث ABC . بيّن أن G تنتمي إلى المستقيم (OI) .

جـ) عيّن المسافة بين G والمستوي (P)

4. أ) عيّن (E) مجموعة M من الفضاء التي تحقق : $\|3\vec{MO} + \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}\| = 5$

ب) ما هي مجموعة النقط المشتركة بين (P) و (E) .

التمرين (12) في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ من الفضاء. تعطى النقط :

$A(2; 1; 3)$ ، $B(-3; -1; 7)$ ، $C(3; 2; 4)$

1. أثبت أن النقط A ، B و C ليست على استقامة واحدة.

2. ليكن (d) المستقيم المعرف بالتمثيل الوسيطى :
$$\begin{cases} x = -7 + 2t \\ y = -3t \\ z = 4 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$$

أ) بيّن أن المستقيم (d) عمودي على المستوي (ABC) .

ب) اكتب معادلة ديكرتية للمستوي (ABC)

3. لتكن H النقطة المشتركة للمستقيم (d) والمستوي (ABC) .

أ) بيّن أن النقطة H مرجح الجملة $\{ (A; -2), (B; -1), (C; 2) \}$

ب) عيّن طبيعة المجموعة (Γ_1) للنقط M من الفضاء والتي تحقق :

$$\left(-2\vec{MA} - \vec{MB} + 2\vec{MC} \right) \left(\vec{MB} - \vec{MC} \right) = 0$$

وحدد العناصر المميزة

جـ) عيّن طبيعة المجموعة (Γ_2) للنقط M من الفضاء والتي تحقق :

$$\| -2\vec{MA} - \vec{MB} + 2\vec{MC} \| = \sqrt{29}$$

وحدد العناصر المميزة

د) عيّن الطبيعة والعناصر المميزة للمجموعة $(\Gamma_1 \cap \Gamma_2)$.

هـ) هل النقطة $S(-8; 1; 3)$ تنتمي للمجموعة $(\Gamma_1 \cap \Gamma_2)$.