مسألة (01) 1. نعتبر الدالة g ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي:

$$g(x)=x^2+3-2\ln x$$

أ) ادرس اتجاه تغييرات الدالة g.

ب) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

2. لتكن f الدالة العددية ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي:

$$f(x)=\frac{\ln x}{x}+\frac{x^2-1}{2x}$$

C تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O\,;\vec{i},\vec{j}\right)$ الوحدة $2cm$.

أ) بين أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ لدينا: $f'(x)=\frac{g(x)}{2x^2}$

استنتج اتجاه تغير الدالة f.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$، فسر هذه النتيجة بيانيا.

ج) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ليكن D المستقيم الذي معادلته $y=\frac{1}{2}x$ ، احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-\frac{1}{2}x\right)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

د) أنشئ جدول تغيرات الدالة f.

هـ) أنشئ المستقيم D والمنحنى C الممثل للدالة f.

مسألة (02) المستوي منسوب إلى معلم $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ متعامد ومتجانس.

1. نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=x^2+1-\ln x$

ادرس تغيرات الدالة g. بين أن $g\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ موجب، استنتج إشارة $g(x)$.

2. لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=x+\frac{\ln x}{x}$

أ) بين أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ لدينا: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f، عين نهايتي f عند 0 و عند $+\infty$.

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

ج) بين أن المستقيم d الذي معادلته $y = x$ مقارب للمنحنى (C_f) الممثل للدالة f.
عين النقطة التي يقطع عندها المستقيم d المنحنى (C_f).
د) أنشئ المنحنى (C_f).

مسألة (03) الدالة العددية f معرفة على المجال I حيث $I =]-2;+\infty[$ كما يلي:

$$f(x) = 1 + x\ ln(x+2)$$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المزوّد بالمعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1. أ) أحسب $f'(x)$ و $f''(x)$ من أجل كلّ عدد من I.
ب) عيّن إشارة $f''(x)$ ثمّ استنتج وجود عدد حقيقي وحيد α من المجال $[-0,6;-0,5]$ بحيث $f'(\alpha) = 0$.
2. أدرس تغيّرات الدالة f.
3. بيّن أنّ $f(\alpha) = \dfrac{\alpha + 2 - \alpha^2}{\alpha + 2}$ ثمّ استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.
4. M_0 نقطة من (C) فاصلتها x_0 و (T_{x_0}) المماس للمنحني (C) في M_0.
أ) بيّن أنّ (T_{x_0}) يمرّ بالمبدأ O إذا وفقط إذا كان $f(x_0) = x_0 f'(x_0)$.
ب) استنتج وجود مماسين (T_a) و (T_b) يمرّان بالمبدأ o. عيّن العددين a و b.
5. أرسم المماسين (T_a) و (T_b) ثمّ المنحني (C).

مسألة (04) : نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي :

$$f(x) = 3\ln x - (\ln x)^2$$

وليكن (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1-بيّن أن المستقيم ذا المعادلة $x = 0$ مقارب لـ (C).
2-احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.
3-احسب $f'(x)$ ، حيث f' الدالة المشتقة للدالة f .
4-حل في المجال $]0;+\infty[$ المعادلة : $3 - 2\ln x = 0$ ثم المتراجحة $3 - 2\ln x \succ 0$ مستنتجا إشارة $f'(x)$.
5-اكتب جدول تغيرات الدالة f .
6-حل في $]0;+\infty[$ المعادلة $f(x) = 0$ وفسر النتيجة هندسيا.
أنشئ المنحني (C).