

**التمرين (13)** احسب النهايات التالية باستعمال طريقة مناسبة :

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1}-2}{\sqrt{x+4}-3} (4) , \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} (3) , \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{x-2}{4x+3}} (2) , \quad \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x}-2}{x^2-5x+4} (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x\sqrt{x+1}-6}{x-3} (7) , \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2+x+2}+x) (6) , \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+x+1}-2x) (5)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{x}}{x+1} (10) , \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+1}-\sqrt{x}) (9) , \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2-2x+5}-\sqrt{x^2-7x+3}) (8)$$

**التمرين (14)** لتكن  $f(x) = \sqrt{x+3} - \sqrt{x}$  دالة معرفة على  $D = [0; +\infty[$  حيث :

$$(1) \text{ أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي } x \text{ من } D \text{ لدينا : } f(x) = \frac{3}{\sqrt{x+3} - \sqrt{x}}$$

$$(2) \text{ برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي } x \text{ من } D : 0 \leq f(x) \leq \frac{3}{\sqrt{x}}$$

(3) استنتج نهاية  $f$  عندما  $x$  يؤول إلى  $+\infty$

**التمرين (15)** لتكن  $f(x) = \frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x^2+x+1}}$  دالة معرفة على  $D = [0; +\infty[$  حيث :

(1) أكمل الجدول التالي :

$x$	$10^4$	$10^6$	$10^{10}$	$10^{12}$	$10^{20}$	$10^{40}$
$f(x)$						

(2) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  موجب تماماً لدينا :

$$x \leq \sqrt{x^2+x+1} \leq x+1 \quad \text{و} \quad x^2 \leq x^2+x+1 \leq (x+1)^2$$

(3) استنتاج أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  موجب تماماً لدينا :

$$1 - \frac{1}{x+1} \leq f(x) \leq 1 + \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ ثم استنتاج } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right) \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{x+1}\right) \quad (4) \text{ احسب}$$

**التمرين (16)** لتكن  $f(x) = \frac{x^2 + \sin x}{x}$  دالة معرفة على  $D = [0; +\infty[$  حيث :

$$(1) \text{ برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي } x \text{ من } D \text{ يكون : } \frac{x^2-1}{x} \leq f(x) \leq \frac{x^2+1}{x}$$

$$(2) \text{ احسب : } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ ثم استنتاج } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2-1}{x}$$

**التمرين (17)** ( $u_n$ ) متالية معرفة بـ :

$$u_n = \frac{1}{n^2+1} + \frac{1}{n^2+2} + \frac{1}{n^2+3} + \dots + \frac{1}{n^2+n}$$

- احسب -