**التمرين** (07) I) نعتبر المتتالية العددية $(U_n)$ المعرفة كما يلي : $U_1=\frac{1}{2}$ و العلاقة التراجعية $U_{n+1}=\frac{1}{6}U_n+\frac{1}{3}$ .

**لتكن** $(V_n)$ المتتالية العددية المعرفة من أجل $n\geq 1$ كما يلي $V_n=U_n-\frac{2}{5}$

– تحقق أن المتتالية $(V_n)$ هي هندسية يطلب تحديد أساسها . أكتب $U_n$ بدلالة $n$

II) نعتبر حجر نرد A و B حيث A يحوي 3 أوجه حمراء و 3 أوجه بيضاء بينما يحوي B ، 4 أوجه حمراء و
وجهين أبيضين . نأخذ عشوائيا أحد الحجرين و نرميه ، إذا حصلنا على وجه أحمر نحتفظ بنفس الحجر و إذا تحصلنا
على وجه أبيض نغير الحجر و نرمي مرّة ثانية و هكذا ...
نسمي $A_n$ الحادثة " نستعمل الحجر A في الرمية n " و $\overline{A_n}$ الحادثة العكسية لها كما نسمي $R_n$ الحادثة " نستعمل
الحجر R في الرمية n " و $\overline{R_n}$ الحادثة العكسية لها و نرمز بالرمزين $\boldsymbol{a_n}$ ، $\boldsymbol{r_n}$ لاحتمالي الحادثتين $A_n$ و $R_n$ على
الترتيب . 1) عين $\boldsymbol{a_1}$

2) عين $\boldsymbol{r_1}$ ( يمكن استعمال شجرة الإحتمالات )

3) بملاحظة أنه من أجل كل $n\geq 1$ يكون $R_n=(A_n\cap R_n)\cup(R_n\cap\overline{A_n})$ و بين أن $\boldsymbol{r_n}=-\frac{1}{6}a_n+\frac{2}{3}$

4) تحقق أنه من أجل كل $n\geq 1$ يكون $A_{n+1}=(A_n\cap R_n)\cup(\overline{A_n}\cap\overline{R_n})$

5) استنتج أجل كل $n\geq 1$ يكون $\boldsymbol{a_{n+1}}=\frac{1}{6}a_n+\frac{1}{3}$ ثم أكتب $\boldsymbol{a_n}$ بدلالة $n$

6) استنتج عبارة $\boldsymbol{r_n}$ بدلالة $n$ ثم أحسب $\lim\limits_{n\to\infty}\boldsymbol{r_n}$

**التمرين** (08) I ) $c_1$ و $c_2$ حجرا نرد متوازنان تحمل أوجه المكعب $c_1$ الأعداد :
$0$،$0$،$\frac{\pi}{3}$،$\frac{\pi}{3}$،$\frac{4\pi}{3}$،$\frac{4\pi}{3}$ و تحمل أوجه المكعب $c_2$ الأعداد : $0$،$0$،$\frac{\pi}{6}$،$\frac{\pi}{6}$،$\frac{\pi}{2}$،$\frac{\pi}{2}$ .
نرمي الحجرين في آن واحد ونسجل العددين الظاهرين على الوجهين العلويين لـــ $c_1$ و $c_2$ . نرمز لهذين العددين بـــ $\alpha$ و $\beta$ .
ليكن $X$ المتغير العشوائي الذي يرفق بكل ر مية العدد $\sin(\alpha+\beta)$ .

1) ماهي القيم الممكنة للمتغير $X$ ؟ ( يمكن إعطاء النتائج في جدول ) .

2) عيّن قانون احتمال $X$ .

3) احسب الأمل الرياضي $E(X)$ والإنحراف المعياري $\sigma(x)$ للمتغير العشوائي $X$ .

II) نجري الآن اللعبة الآتية : يربح شخص ما 100 $DA$ عندما يرمي حجري النرد ويتحصل على $\sin(\alpha+\beta)=1$ أو $\sin(\alpha+\beta)=-1$ ، ويخسر 50 $DA$ في باقي الحالات .

1) ليكن $Y$ المتغير العشوائي الذي يرفق بكل رمية الربح أو الخسارة .

1) عيّن قانون احتمال $Y$ .

2) نرمي حجري النرد 5 مرات . ما هو الاحتمال أن يربح اللاعب 300 $DA$ ؟