**التمرين (21)** 1/ $(u_n)$ متتالية حسابية حدها الأول $u_0 = 5$ و أساسها 4.

- أكتب الحد العام $u_n$ بدلالة $n$ - احسب المجموع: $u_0 + u_1 + ..... + u_n$

إذا كان مجموع سبعة حدود متعاقبة من هذه المتتالية هو 1995 .فما هو الحد الأول من هذه الحدود .

2/ $(v_n)_{n\in N}$ متتالية عددية حيث: $v_0 = 32$ و $v_n = (2n+1).2^{u_n}$

- برهن بالتراجع أن : $1\times3\times5\times.....\times(2n+1) = \dfrac{(2n+1)!}{2^n n!}$

- استنتج الجداء : $u_0 \times u_1 \times ..... \times u_n$

---

**التمرين (22)** $(u_n)_{n\in N}$ متتالية عددية معرفة كما يلي : $\begin{cases} u_0 = 0 \ ، \quad u_1 = 1 \\ u_{n+2} = 10u_{n+1} - 9u_n \end{cases}$

1/ لنعتبر المتتالية $(w_n)$ المعرفة على $N$ حيث : $w_n = u_{n+1} - 9u_n$

- أثبت أن $(w_n)$ متتالية ثابتة يطلب تعيين قيمتها واستنتج أن : $u_{n+1} = 9u_n + 1$

2/ لنعتبر المتتالية $(v_n)_{n\in N}$ المعرفة كما يلي : $v_n = u_{n+1} - u_n$

أ) برهن أن $(v_n)_{n\in N}$ متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

ب) استنتج $u_n$ بدلالة $n$ وبرهن بالتراجع أن : $u_n$ عدد طبيعي

3/ احسب العددين : $S_n$ و $S'_n$ حيث : $S_n = \sum_{k=0}^{k=n} u_k$ و $S'_n = \sum_{r=0}^{r=n} v_r^2$

---

**التمرين (23)** $\alpha$ عدد حقيقي حيث : $0 \prec \alpha \prec \dfrac{\pi}{4}$ . $(u_n)_{n\geq 1}$ متتالية عددية معرفة كما يلي :

$u_1 = 1 + \dfrac{1}{2\sin^2(\alpha)}$ و $u_{n+1} = u_n.\cos(2\alpha) + 1$ لكل عدد طبيعي $n$ غير معدوم.

1/ أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ غير معدوم ، $u_n \succ 1$

2/ نضع من اجل كل عدد طبيعي $n$ غير معدوم : $v_n = u_n - \dfrac{1}{2\sin^2(\alpha)}$

أ) أثبت أن $(v_n)$ متتالية هندسية واكتب $u_n$ بدلالة $n$ و $\alpha$

ب) هل المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ متقاربة ؟ علل جوابك

3/ نضع : $S_n = u_1 + u_2 + ..... + u_n$ . احسب $S_n$ بدلالة $n$ و $\alpha$ ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$

---

**التمرين (24)** نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\in N}$ المعرفة كما يلي : $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \sqrt{6 - u_n} \end{cases}$

1/ ادرس تغيرات الدالة $f$ حيث : $f(x) = \sqrt{6-x}$ وحدد $f([0,6])$

2/ بين أن $0 \leq u_n \leq 6$ لكل عدد طبيعي $n$.

3/ نضع : $v_n = u_{2n}$ و $w_n = u_{2n+1}$ .

- بين أن $v_n \leq w_n$ ( لكل عدد طبيعي $n$ ) و أن $(v_n)$ متزايدة و $(w_n)$ متناقصة

4/ بين أن $\left|u_{n+1} - 2\right| \leq \dfrac{1}{2}\left|u_n - 2\right|$ (لكل عدد طبيعي $n$ ) واستنتج أن $(u_n)$ متقاربة واحسب $\lim u_n$

5/ بين أن $(v_n)$ و $(w_n)$ متجاورتان وحدد نهايتهما المشتركة.



إعداد الأستاذ:
حليلات عمار