التمرين (14): $(u_n)_{n\in N^*}$ متتالية هندسية حدودها موجبة بحيث : $u_1=1$ و $u_3+u_5=20$

1 – أوجد أساس هذه المتتالية وحدد اتجاه تغيرها

2– احسب بدلالة n المجموع : $u_1+u_2+.....+u_n$

لتكن المتتالية العددية (v_n) المعرفة كما يلي : $v_n=3.u_n^2+2.3^n$

3– احسب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n=v_1+v_2+.....+v_n$

التمرين (15) نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in N}$ المعرفة بـــ

$u_0=1$ و $u_{n+1}=1+\dfrac{1}{1+u_n}$ لكل عدد طبيعي n

1/ احسب u_1 ، u_2 و u_3 .

2/ بيّن أنه لكل عدد طبيعي n ، $1\le u_n\le\dfrac{3}{2}$

3/ اثبت انه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم ، $\left|u_{n+1}-u_n\right|\le\dfrac{1}{4}\left|u_n-u_{n-1}\right|$

4/ نعتبر المتتاليتين العدديتين (x_n) و (y_n) المعرفتين كما يلي : $x_n=u_{2n}$ و $y_n=u_{2n+1}$ لكل $n\in N$

أ– بيّن انه لكل عدد طبيعي n ، $y_n=1+\dfrac{1}{1+x_n}$

ب– بيّن انه $x_n\le y_n$ لكل $n\in N$

جـــ– ادرس اتجاه كل من (x_n) و (y_n) ثم برهن أنهما متجاورتان يطلب تحديد نهايتهما

5/ بين انه : $\left|u_{n+1}-\sqrt{2}\right|\le\dfrac{1}{4}\left|u_n-\sqrt{2}\right|$ لكل $n\in N$ واستنتج نهاية (u_n)

التمرين (16) المتتالية العددية $(u_n)_{n\in N}$ معرفة بحدها الأول u_0 وبعلاقة التراجع الآتية :

$u_{n+1}=\dfrac{7u_n+2}{u_n+8}$ من أجل كل عدد طبيعي n

1) عيّن قيم u_0 التي من أجلها تكون المتتالية (u_n) ثابتة.

2) نفرض : $u_0=0$

أ) احسب u_1,u_2 ثم أثبت أنه من اجل كل عدد طبيعي n ، $0\le u_n\le 1$

ب) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n)

جـــ) ادرس تقارب المتتالية (u_n) واحسب نهايتها

3) لتكن المتتالية العددية (v_n) المعرفة كما يلي : $v_n=\dfrac{u_n+2}{u_n-1}$

أ) أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية ، يطلب حساب حدها الأول و أساسها.

ب)عبّر عن u_n بدلالة n ثم احسب نهاية (u_n)

جـــ) احسب كلا من S_n وَ P_n إذا علمت أن :

$S_n=v_0+v_1+.....+v_n$ و $P_n=v_0\times v_1\times.....\times v_n$

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار