التمرين (10): لتكن المتتالية العددية (u_n) المعرفة كما يلي: $u_0 \in [0,1]$ و $u_{n+1} = \sqrt{\frac{1+u_n}{2}}$

1)بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \le u_n \le 1$

2)أثبت أن المتتالية (u_n) متزايدة – أســـــتنتج أنها تقبل نهاية يطلب حسابـــــها

3)نضع : $\theta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ / $u_0 = \cos(\theta)$

أ)برهن بالتراجع أن : $u_n = \cos(\frac{\theta}{2^n})$. ب) أحسب نهاية (u_n)

التمرين (11): $(u_n)_{n\in N}$ المتتالية العددية المعرفة كما يلي: $u_0 = 1$ و $4u_{n+1} = u_n - 4$

1/ برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $3u_n + 4 \ge 0$

2/ برهن أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما وماذا تستنتج ؟

3/ (v_n) متتالية عددية معرفة بـــــ : $v_n = 3u_n + \alpha$

أ- عين العدد الحقيقي α حتى تكون المتتالية (v_n) هندسية – عين أساسها وحدها الأول

ب – أحسب عبارة u_n بدلالة n ثم استنتج أنها متقاربة

4) احسب المجموع : $S = \sum_{k=0}^{k=n-1} v_k^3$ و الجداء : $\prod_{k=0}^{k=n-1} v_k$

التمرين (12): $(u_n)_{n\in N}$ متتالية عددية معرفة كما يلي: $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = \frac{-7u_n - 8}{2u_n + 1}$

1) أحسب: u_1, u_2 2) أثبت أن: $u_n \neq -2$ لكل عدد طبيعي n

3) لتكن المتتالية العددية (t_n) المعرفة كما يلي: $t_n = \frac{2u_n + 1}{u_n + 2}$

أ) أحسب الحدود: t_0 ، t_1 ، t_2

ب) أثبت أن (t_n) متتالية حسابية يطلب تعيين الأساس.

جـــ) أحسب t_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n و احسب $\lim_{n\to+\infty} u_n$

4) عين الأعداد الطبيعية n حتى يكون u_n عدد صحيح.

التمرين (13): $(u)_{n\in N^*}$ متتالية هندسية متناقصة حيث :

$u_1 \times u_2 \times u_3 = 64$ و $u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 84$

1/ احسب الحدود : u_2 ثم u_1, u_3 والأساس r للمتتالية .

2/ عبّر عن u_n بدلالة n و ادرس تقارب المتتالية $(u)_{n\in N^*}$

3/ احسب بدلالة n المجموع S حيث : $S = u_1 + u_2 + ...u_n$ و $\lim_{n\to+\infty} S$

4/ احسب بدلالة n المجموع S' حيث : $S' = \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + ... + \frac{1}{u_n}$

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار