التمرين (07)

- نعرف متتالية (u_n) على المجموعة N بـ : $u_0 = 2$ ومن أجل كل عدد n ، $u_n - 2u_{n+1} = 2n + 3$.
1. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 2^{-n} - 2n + 1$.
 2. (v_n) متتالية معرفة على N على بـ : $v_n = u_n + tn - 1$.
 أ - بين أنه إذا كان $t \neq 2$ ، فإن المتتالية (v_n) تكون متباعدة .
 ب - أثبت أنه يوجد عدد طبيعي t ؛ تكون من أجله المتتالية (v_n) هندسية يطلب تحديد أساسها وحدّها الأول .
 - ج - أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$.
 3. في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس نعتبر النقاط A ، B ، C و G حيث :
 $2\vec{GA} + 3\vec{GB} + \lambda\vec{GC} = \vec{0}$ مع λ عدد حقيقي .
 عين λ حتى تكون النقطة G مرجحاً للنقط A ، B و C المرفقة بالمعاملات S_0 ، S_1 و S_2 على الترتيب

- ## التمرين (08)
- نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \in N}$ المعرفة كما يلي :
- $$\begin{cases} u_0 = 9 \\ u_{n+1} = \frac{8u_n - 6}{u_n + 1} \end{cases}$$

1/ لتكن الدالة f ذات المتغير الحقيقي x حيث : $f(x) = \frac{8x - 6}{x + 1}$

أ) ادرس تغيرات الدالة f وارسم المنحني (C_f) الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ثم استعمل المنحني (C_f) لرسم النقاط A_1 ، A_2 ، A_3 التي فواصلها u_1 ، u_2 ، u_3

على الترتيب . ب) برهن أن $(u_n)_{n \in N}$ متناقصة تماماً وأنها محدودة من الأسفل بالعدد 6
 ج) ماذا تستنتج بالنسبة للمتتالية $(u_n)_{n \in N}$.

2/ أ) اثبت المتراجحة التالية : $|u_{n+1} - 6| < \frac{2}{7}|u_n - 6|$

ب) استنتج من جديد أن المتتالية $(u_n)_{n \in N}$ متقاربة .

3/ لتكن المتتالية (v_n) حيث : $v_n = \frac{u_n - 6}{u_n - 1}$

أ) برهن أن (v_n) متتالية هندسية . ب) احسب بدلالة n
 ج) استنتج أن (u_n) متقاربة

- ## التمرين (09)
- نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كما يلي : $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = \frac{u_n^3}{3u_n^2 + 1}$ لكل n من N

1/ أ- بين أن $u_n > 0$ لكل n من N . ب- بين أن المتتالية (u_n) متناقصة و ماذا تستنتج؟

2/ أ- بين أن $u_{n+1} < \frac{1}{3}u_n$ لكل n من N

ب- استنتج أن : $u_n \leq \left(\frac{1}{3}\right)^n$ لكل n من N ثم احسب $\lim u_n$