

التمرين (04) نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة كما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = \frac{\pi}{3} \\ u_{n+1} = \frac{\pi}{4} - \frac{u_n}{2} \end{cases}$$

1/ نضع : $v_n = u_n - \frac{\pi}{6}$

أ) بيّن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول
 ب) عبر عن (v_n) ثم عن (u_n) بدلالة n
 2/ احسب نهاية (u_n)

3/ احسب المجموعين S_1 و S_2 حيث :

$$S_1 = \sum_{k=1}^{k=n} v_k , \quad S_2 = \sum_{r=1}^{r=n} u_r$$

التمرين (05) لتكن المتتالية (U_n) و (V_n) المتتاليتين المعرفتين كما يلي :

$$\begin{cases} U_0 = 3 \\ U_{n+1} = \frac{V_n + U_n}{2} \end{cases} , \quad \begin{cases} V_0 = 4 \\ V_{n+1} = \frac{V_n + U_{n+1}}{2} \end{cases}$$

1/ احسب : U_1 و V_1 و U_2 و V_2

2/ لتكن المتتالية (W_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $W_n = V_n - U_n$

أ) برهن أن (W_n) متتالية هندسية . ب) عبر عن W_n بدلالة n

3/ ادرس اتجاه كل من (U_n) و (V_n) ثم برهن أنهما متجاورتان

4/ لنفرض المتتالية (T_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $T_n = \frac{U_n + 2V_n}{3}$

أ) برهن أن المتتالية (T_n) ثابتة . ب) استنتج U_n و V_n بدلالة n

ب) احسب نهاية كل منهما بطريقتين

التمرين (06) : نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ المعرفة كما يلي :

$$\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = \frac{n}{2(n+1)} u_n + \frac{3(n+2)}{2(n+1)} \end{cases}$$

1/ برهن أن (u_n) محدودة من الأعلى بالعدد 3

2/ ادرس رتبة المتتالية (u_n) . استنتج أن (u_n) متقاربة احسب نهايتها

3/ نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $v_n = n(3 - u_n)$

أ) برهن أن المتتالية (v_n) هندسية

ب) عبر عن v_n ثم u_n بدلالة n .

جـ) جد نهاية المتتالية u_n من جديد

4/ احسب المجموعين : $S_1 = v_1 + v_2 + \dots + v_n$ و $S_2 = v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_n^2$