سلسلة استعد للبكالوريا رقم (01)

المستوى : ثالثة ثانوي — السنة الدراسية :2008/2007

الشعبـــــة : علوم تجريبية + رياضيات

و تقني رياضي

إعداد الأستاذ: حليلات عمار

المحور : المتتاليات العددية والاستدلال بالتراجع

التمرين (01) : نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كما يلي :

$$u_1 = 1 \quad ، \quad u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n{}^2 - 2u_n + 4)$$

1/ احسب u_2 و u_3 . 2/ بيّن أن المتتالية (u_n) متـــــزايدة .

3/ بيّن أن : $u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n - 1)^2 + \frac{3}{2}$ ثم برهن أن (u_n) محدودة من الأعلى بالعدد 2

4/ استنتج أن (u_n) متقاربة واحسب نهايتها

التمرين (02) : : نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 1}$ المعرفة كما يلي :

$$\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n + 2} \end{cases}$$

1 / برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم ، $0 \leq u_n \leq 2$.

2/ بيّن أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ متـــــزايدة و ماذا تستنتج ؟

3/ أ- بيّن أن : $2 - u_{n+1} \prec \frac{2 - u_n}{2}$

ب- بيّن أن : $0 \prec 2 - u_n \prec \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ ثم استنتج $\lim u_n$

التمرين (03) نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in N}$ المعرفة كما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{5u_n - 4}{u_n + 1} \end{cases}$$

1/بيّن انه من اجل كل عدد طبيعي n ، $u_n \succ 2$

2/ ادرس رتابة المتتالية $(u_n)_{n\in N}$ واستنتج أن $(u_n)_{n\in N}$ متقاربة واحسب $\lim u_n$

3/ لتكن (v_n) المتتالية المعرفة على N كما يلي : $v_n = \frac{1}{u_n - 2}$

أ- بيّن أن المتتالية (v_n)حسابية حدد أساسها وحدها الأول

ب- احسب نهاية المتتالية (u_n) بطريقة أخرى .