

**التمرين (10)** باستعمال مبرهنات المقارنة احسب النهايات التالية :

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) \quad (3) \quad , \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sin x}{x^2 + 1} \quad (2) \quad , \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{2 - \sin x} \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (3x + E(x)) \quad (4) \quad , \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (3x + E(x)) \quad (5) \quad , \quad \text{حيث } E \text{ هي دالة الجزء الصحيح}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin 3x - \cos 2x}{x} \quad (6) \quad , \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x(1 + \sin x)}{x - \sqrt{x^2 + 1}} \quad (7) \quad , \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x + 3} - \sqrt{x} \quad (8)$$

**التمرين (11)**  $(u_n)$  متتالية معرفة بـ :

$$u_n = \frac{n}{n^2 + 1} + \frac{n}{n^2 + 2} + \frac{n}{n^2 + 3} + \dots + \frac{n}{n^2 + n}$$

- احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

**حساب نهايات باستعمال النهاية :  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$  أو تعريف العدد**

**المشتق أو تبديل المتغير**

**التمرين (12)** احسب النهايات التالية :

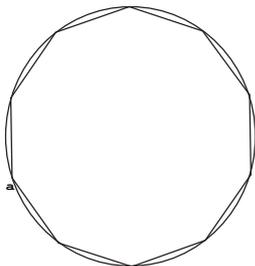
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{1 - \cos x} \quad (4) \quad , \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{x - \frac{\pi}{2}} \quad (3) \quad , \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{x} \quad (2) \quad , \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 5x} \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sqrt{1 - \cos x}} \quad (7) \quad , \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{bx} \quad (6) \quad , \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x^2} \quad (5)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{2x} \quad (10) \quad , \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\cos x - \sqrt{3} \sin x}{x - \frac{\pi}{6}} \quad (9) \quad , \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\tan x - 1}{2 \cos x - \sqrt{2}} \quad (8)$$

**التمرين (13)** هل تساءلت يوما لماذا مساحة قرص نصف قطره  $r$  هي  $\pi r^2$  ؟

إليك برهان من بين البراهين : خذ قرص نصف قطره  $r$  مركزه  $O$  و ارسم داخله مضلع منتظم مركزه  $O$  ذي  $n$  رأس بحيث رؤوسه تنتمي الى الدائرة التي مركزها  $O$  ونصف قطرها  $r$



$$1- \text{بين أن مساحة المضلع تساوي : } \frac{1}{2} r^2 . n \sin\left(\frac{2\pi}{n}\right)$$

2- استنتج عندئذ مساحة القرص