

التمرين الأول (4 نقاط):

- 1/ أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 10 .
 2/ استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $(23 \times 9^{2010} - 7^{2009})$ على 10 .
 3/ بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون : $[10] 3^{2n+1} \equiv (n-1) \pmod{10}$.
 4/ عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون : $[10] 3n \times 9^n + 7^{2n+1} \equiv 0$.

التمرين الثاني (6.5 نقاط): المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (O, I, J) .

I/ نعتبر الدالة h المعرفة على \square بـ : $h(x) = e^x(1-x) + 1$

- 1/ أدرس تغيرات الدالة h
 2/ بين أن المعادلة $h(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[1.27, 1.28]$.
 3/ استنتج إشارة $h(x)$ على \square .

II/ لتكن الدالة f المعرفة على \square بـ : $f(x) = \frac{x}{e^x + 1} + 2$ ، وليكن (C) تمثلها البياني .

- 1/ بين أن $f'(x)$ و $h(x)$ نفس الإشارة ، ثم أدرس تغيرات الدالة f .
 2/ بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 2$ مقارب مائل للمنحني (C)
 3/ بين أنه يوجد عددين طبيعيين p و q بحيث $f(\alpha) = p\alpha + q$ ثم استنتج حصر العدد $f(\alpha)$.
 4/ أدرس الوضع النسبي للمنحني (C) و المستقيم (Δ)

التمرين الثالث (5.5 نقاط): الفضاء مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

نعتبر المستويين : $(p_1): y + 2z + 1 = 0$, $(p_2): -2y + z + 4 = 0$.

- 1/ بين أن (p_1) و (p_2) متعامدين ثم عين التمثيل الوسيطي للمستقيم (Δ) تقاطع (p_1) و (p_2) .
 2/ عين التمثيل الوسيطي للمستقيم (Δ_1) الذي يشمل النقطة $A_1(1, \frac{3}{5}, -\frac{4}{5})$ والعمودي على (p_1) .
 3/ عين التمثيل الوسيطي للمستقيم (Δ_2) الذي يشمل النقطة $A_2(1, \frac{9}{5}, -\frac{2}{5})$ والعمودي على (p_2) .
 4/ بين أن (Δ_1) يقطع (Δ_2) ثم عين نقطة تقاطعهما .

5/ عين المعادلة الديكارتية لسطح الكرة المماسة للمستويين (p_1) و (p_2) في A_1 و A_2 .

التمرين الرابع (4 نقاط): (u_n) و (v_n) متناهيين عدديتين معرفتين على \mathbb{N} بالشكل : $\begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + v_n}{2} \end{cases}$ ، $\begin{cases} v_0 = 2 \\ v_{n+1} = \frac{u_n + 4v_n}{5} \end{cases}$

- 1/ برهن أن من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n < v_n$.
 2/ أدرس اتجاه تغير كل من المتناهيين (u_n) و (v_n) وأستنتج أنهما متجاورتين (يمكن إثبات أن المتناهي $w_n = u_n - v_n$ متناهي هندسية)
 3/ لتكن المتناهي (x_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n : $x_n = u_n + \frac{5}{2} v_n$.
 أ- أثبت أن المتناهي (x_n) متناهي ثابتة .
 ب- عين النهاية L النهائية المشتركة للمتناهيين (u_n) و (v_n) .