ثانوية:سعد دحلب
السنة الدراسية: 2011/2010

الفرض المحروس الخامس في مادة الرياضيات

القسم : 3 ر — المدة :ساعتان

التمرين ألأول : (6 نقاط) الفضاء مزود بمعلم متعامد ومتجانس .

نعتبر النقط : $A\ (1,2,3)$ ، $B\ (0,1,4)$ ، $c(-1,-3,2)$.

1/أكتب التمثيل الوسيطي للمستقيم (AB) ، ثم أحسب بعد النقطة c عن المستقيم (AB) .

2/ (Δ) مستقيم تمثيله الوسيطي :

$$\begin{cases} x=2t \\ y=3+2t \\ z=-4-2t \end{cases}$$

✓ تأكد أن (Δ) يوازي المستقيم (AB) وأكتب معادلة المستوي (p) الذي يشمل كلا من المستقيمين (Δ) و (AB) .

3/ عين إحداثيات النقطة I مركز ثقل المثلث ABC .

4/أثبت أن (HE) عمودي على المستوي (ABC) حيث $E(4,-2,5)$.

5/أكتب معادلة سطح الكرة التي مركزها E وتمس المستوي (ABC) .

التمرين الثاني (8نقطة) : المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{g}\right)$.

الجزء (I) لتكن الدالة h المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ كما يلي : $h(x)=1+x^2-2x^2\ln x$

1/أحسب نهايات h عند طرفي مجال تعريفها .

2/أدرس تغيرات الدالة h .

3/بين ان المعادلة $h(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $\left]\frac{3}{2},2\right[$ ثم استنتج إشارة $h(x)$.

الجزء (Π) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\frac{\ln x}{x^2+1}$.

1/ أحسب نهايات f عند طرفي مجال تعريفها .

2/ عبر عن $f'(x)$ بدلالة $h(x)$ ، استنتج تغيرات f ثم ضع جدول التغيرات .

3/ بين أن : $f(\alpha)=\frac{1}{2\alpha^2}$.

4/ عين معادلة المماس (Δ) للمنحني (c_f) الممثل للدالة f عند النقطة ذات الفاصلة " 1" .

5/ أرسم (c_f) و (Δ) .

الجزء (Π) نعتبر الدالة K المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بالعبارة $k(x)=\frac{|\ln x|}{x^2+1}$

✓ اشرح كيف يمكن رسم (c_k) بالإعتماد على (c_f) ،ثم أرسمه .

التمرين الثالث : (6نقطة) 1/ عين القاسم ألمشترك الأكبر للعدد ين : 324 و405 .

2/ نعتبر في المجموعة $Z\times Z$ المعادلة ذات المجهول (x,y) التالية: $(*)\cdots 324x-405y=\alpha$ حيث : $\alpha\in Z$

أ)عين شرط على α حتى تقبل المعادلة $(*)$ حلولا في المجموعة $Z\times Z$.

ب) نفرض أن $\alpha=-81$ ، حل في المجموعة $Z\times Z$ المعادلة $(*)$ علما أن (x_0,y_0) حلا لها و يحقق $x_0-y_0=0$

ج) عين كل الثنائيات (x,y) حلول المعادلة $(*)$ حيث يكون $\frac{8x+24}{y+1}$ عددا صحيحا .

د) N عدد طبيعي يختلف عن 15يكتب $\overline{\alpha 6}$ في النظام ذو ألأساس9 ويكتب $\overline{\beta 1\beta\alpha}$ في النظام ذو ألأساس2 ،عين N .

بالتوفيق