الفرض المحروس للثلاثي الثاني **المدة : ساعتان**

التمرين الاول :

1- أ- عين الثنائيات $(x;y)$ من الأعداد الصحيحة حلول المعادلة (E) : $8x-5y=3$

ب- ليكن m عدد صحيح بحيث يوجد عددان صحيحان $(p;q)$ يحققان : $m=8p+1$ و $m=5q+1$

بين أن الثنائية $(p;q)$ حل للمعادلة (E) و إستنتج أن $m\equiv 9[40]$

جـ- عين أصغر عدد صحيح m أكبر من 200

2- ليكن n عدد طبيعي

أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي k لدينا $2^{3k}\equiv 1[7]$

ب- ما هي باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^{2009} على 7 .

3- ليكن a و b عددان طبيعيان كلاهما أصغر من 9 مع $a\neq 0$

نعتبر العدد N حيث : $N=a\times 10^3+b$ (نذكر أن العدد N يكتب في النظام العشري : $N=\overline{a00b}_{(10)}$)

نقترح تعيين الأعداد N التي تقبل القسمة على 7

أ- تحقق أن $10^3\equiv -1[7]$

ب- إستنتج كل الأعداد المطلوبة .

التمرين الثاني :

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

1- نعتبر (P) المستوي الذي معادلته : $x+y-1=0$ و (P') المستوي الذي معادلته : $y+z-2=0$

- بين أن (P) و (P') متقاطعين وفق المستقيم (D) الذي تمثيله الوسيطي : $t\in\mathbb{R}$

$$(D):\begin{cases}x=1-t\\y=t\\z=2-t\end{cases}$$

2- أ - عين معادلة ديكارتية للمستوي (R) الذي يمر من النقطة O و يعامد المستقيم (D)

ب - بين أن النقطة I نقطة تقاطع (R) و المستقيم (D) إحداثياتها $(0;1;1)$

3- ليكن النقطتين A و B إحداثيتاهما على الترتيب هي $\left(-\frac{1}{2},0;\frac{1}{2}\right)$ و $(1;1;0)$

أ- تحقق أن النقطتين A و B تنتميان إلى (R)

ب- نسمي A' و B' نظيرتي النقطتين A و B بالنسبة للنقطة I

- تحقق أن الرباعي $ABA'B'$ معين .

جـ- تحقق أن النقطة $S(2;-1;3)$ تنتمي إلى (D)

د- أحسب حجم الهرم $SABA'B'$