الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية　　　　　　　　　　　　　　　　مـــديرية التربية لولاية سعيــــــــــــــــــدة

امتحان البكالوريا التجريبي دورة ماي 2015　　　　　　　　　　المؤسسة: ثانوية حمري بوزيان المستوى : نهائي رياضي هونـــــــــــــت

اختبار في مادة الرياضيات　　　　　　　　　　　　　　　　　　المـــدة : 04 ساعات

على المترشح أن يختار احد الموضوعين:

الموضوع الأول: (20 نقطة)

التمرين الأول : (04 نقط)

1) أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n، بواقي قسمة 3^n على 7.

ب)ماهو باقي قسمة 2015^{2016} على 7 ؟ مع العلم أن $2^3 \equiv 1[7]$.

2) (U_n) متتالية معرفة على ¥ بـالعلاقة التراجعية: $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = 10U_n + 9 \end{cases}$.

أ) احسب U_1 ، U_2 ، U_3.

ب) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n ، لدينا : $U_n = 3\times 10^n - 1$.

جـ) استنتج كتابة U_n في النظام العشري. أعط قيمة U_9 .

د) بين انه إذا كان n غير معدوم فان U_n أولي مع كل من 2 و 3 و 5 .

هـ) عين قيم n التي من اجلها يكون U_n قابلا للقسمة على 7.

التمرين الثاني : (04 نقط)

1/ نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة (E) التالية : $Z^2 - 4iZ - 2 + 2i\sqrt{3} = 0$.

أ) تحقق أن العدد المركب : $Z_1 = 1 + i(2-\sqrt{3})$ حل للمعادلة (E) .

ب) استنتج Z_2 الحل الثاني للمعادلة (E) .

2/ أكتب : $(Z_1)^2$ على الشكل الأسي .

3/ المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. نعتبر النقط A ; B و C التي لواحقها على الترتيب : Z_1 ، Z_2 و $Z_3 = 2i + 2e^{\frac{\pi}{7}i}$ و لتكن (S) الدائرة التي قطرها $[AB]$.

أ) حدد Z_ω لاحقة النقطة ω مركز الدائرة (S) .

ب) بين أن النقطتين O و C تنتميان للدائرة (S) .

جـ) بين أن العدد المركب : $\frac{z_3 - z_1}{z_3 - z_2}$ تخيلي صرف .

التمرين الثالث : (04 نقط)

نعتبر في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ النقطتين $A(1;1;1)$ و $B(3;1;0)$.

1- أ) جد إحداثيات النقطة C حيث $\overrightarrow{AC} = -2\vec{i} - \vec{j}$ ،ثم بين أن الشعاعين $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AB}$ غير مرتبطين خطيا.

ب) بين إن المستوي (P) المعين بالنقط A ، B و C معادلته من الشكل: $x-2y+2z-1=0$.

ج) ليكن المستوي (P') و المعرف بالمعادلة الديكارتية: $2x+y+2z+1=0$.

- اثبت أن المستويين (P) و (P') متقاطعان.

2- ليكن العدد الحقيقي t و النقطة $I_t(1;-1;t)$.

أ) اثبت انه من اجل $t=-1$ فان النقطة I_t تنتمي لكل من المستويين (P) و (P').

ب) اثبت انه من اجل $t\neq -1$ فانه توجد سطح كرة (S_t) مركزها النقطة I_t تمس في أن واحد المستويين (P) و (P') ، يطلب تعيين نصف قطرها بدلالة t .

ت) هل (S_t) تتقاطع مع المستقيم (Δ) المعرف بجملة المعادلتين: $\begin{cases} 2x+y+2z+1=0 \\ x-2y+2z-1=0 \end{cases}$ ؟مع التعليل .

3- نضع: $t=2$. عين إحداثيات النقطة المشتركة بين سطح الكرة (S_2) و المستوي (P') .

التمرين الرابع : (08 نقط)

الجزء الأول: ليكن f دالة معرفة على المجال $-\{-\frac{1}{2}\}$ ، بـ : $f(x)=x+2-2Ln|2x+1|$ ،

و (C_f) منحنى الدالة f في مستو منسوب إلى معلم $(o\ ;\ \vec{i}\ ;\ \vec{j}\ )$.

1) احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجال التعريف واذكر الفروع اللانهائية.

2) حدد نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم المنصف الأول (D) ذو المعادلة $y=x$.

3) ادرس اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

4) بين أن (C_f) يقبل مماسا (Δ) معامل توجيهه 3- يطلب كتابة معادلته

5) ارسم المماس (Δ) والمنحنى (C_f).

6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x)=-3x+m$

الجزء الثاني: لنعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $-\{-\frac{1}{2}\}$ ، بـ : $g(x)=\frac{3}{2}+\left|x+\frac{1}{2}\right|-Ln(2x+1)^2$

و نرمز بـ (C_g) لمنحنى البياني في نفس المعلم السابق.

1) احسب $g(-1-x)-g(x)$. ماذا تستنتج؟

2) اكتب $g(x)$ بدون رمز للقيمة المطلقة ثم استنتج كيفية رسم المنحنى (C_g) انطلاقا من المنحنى (C_f).

3) ارسم المنحنى (C_g).

الجزء الثالث: نعتبر الدالة H أصلية الدالة $h:x \mapsto Ln(2x+1)$ على المجال $\left]\frac{-1}{2};+\infty\right[$ والتي تنعدم من اجل $x=0$

1) باستعمال المكاملة بالتجزئة عين الدالة H .

2) احسب $A(\lambda)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى و المستقيمات معادلاتها $x=0$ ، $x=\lambda$ ، $y=0$ حيث λ عدد حقيقي في المجال $\left]\frac{-1}{2};\frac{3}{2}\right[$. ثم عين $\lim\limits_{\substack{\lambda \to \frac{-1}{2} \\ >}} A(\lambda)$.

3) لتكن (U_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ: $U_n=h(\frac{1}{2n})-1$.

- اكتب U_n بدلالة n ثم ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n).
- احسب $S_n = U_1 + U_2 .... + U_n$.
- احسب $\lim_{n+\infty} S_n$.

الموضوع الثاني: (20 نقطة)

التمرين الأول : (04 نقط)

I. a ، b و c أعداد طبيعية حيث: $1 \le a \le b \le c$.

عين الأعداد a ، b و c علما أن في النظام ذي الأساس a يكون $b + c = \overline{46}$ و $bc = \overline{545}$.

II. نعتبر المعادلة $21x - 17y = 8 ...(1)$ ، حيث x و y عددين طبيعيين.

1. عين الثنائية $(x_0 ; x_0)$ حل للمعادلة (1) . ثم حل في $\mathbb{N}^2$ المعادلة (1) .
2. أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الإقليدية للعدد 9^n على 13 .
   ب) بين أنه كان $(\alpha ; \beta)$ حل للمعادلة (1) فان $3^{34\beta+20} - 9^{21\alpha} - 2 \equiv 0[13]$.
3. ا) بين أنه كان $(x ; y)$ حل للمعادلة (1) و $x \equiv 0[4]$ فان $y \equiv 0[4]$.
   ب) عين $(x ; y)$ حلول للمعادلة (1) التي يكون من اجلها $PGCD(x ; y) = 4$.

التمرين الثاني: (03 نقاط)

O,A,B,C أربع نقط من الفضاء G مرجح الجملة المثقلة $\{(O,1);(A,2);(B,3)\}$

1) لتكن المجموعة (E) للنقط M من الفضاء التي تحقق : $(\overrightarrow{MO} + 2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}).\overrightarrow{MC} = 0$

أ- تحقق أن C تنتمي للمجموعة (E).

ب- حدد مجموعة النقط (E).

2) الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ و لتكن المستويات (π_m) المعرفة بالمعادلة : $(2-m)x + y + mz + 6m - 6 = 0$ حيث $(m \in \mathbb{R})$

أ - بين أن المستويات (π_m) تشمل مستقيما ثابتا (D) يطلب تعيين معادلته الديكارتية و تمثيله الوسيطي.

ب - أكتب معادلة سطح الكرة (S) التي مركزها $\omega(2,1,2)$ و نصف قطرها 3 ثم عين قيم m التي من أجلها المستوي (π_m) يمس الكرة (S).

التمرين الثالث: (03 نقاط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$.

ليكن التحويل النقطي P_λ الذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$ من المستوي والمعرف بالعبارة $z' = (\lambda + i)z + \lambda - 1 - i$ و $(\lambda \in \mathbb{R})$

1. عين إحداثيي النقطة H صورة النقطة O بالتحويل P_λ .
2. عين λ حتى يكون التحويل P_λ انسحابا .

3. عين λ حتى يكون التحويل P_λ دورانا. ثم عين عناصره المميزة.

4. عين طبيعة التحويل P_1 و عناصره المميزة.

5. عين طبيعة التحويل $P_1 O P_1$ و عناصره المميزة.

التمرين الرابع: (04.50 نقاط)

I. لتكن الدالة g المعرفة من أجل كل x من المجال $]-1,+\infty[$ كما يلي : $g(x)=(1+x)^2-1+\ln(x+1)$

1) أدرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم أنشئ جدول تغيراتها .

2) أحسب $g(0)$ ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على المجال $]-1,+\infty[$.

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]-1,+\infty[$كما يلي : $f(x)=x-\dfrac{\ln(1+x)}{1+x}$. و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1)أحسب نهايتي الدالة f عند $+\infty$ و عند -1 .

2)بين أنه من أجل كل x من $]-1,+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(1+x)^2}$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3)برهن على أنه من أجل كل x من $[0,4]$ فإن : $0\le f(x)\le 4$.

4)عين نقطة تقاطع (C_f) مع المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$.

5)أنشئ (Δ) و (C_f) .

III. نعتبر المتتالية العددية (u_n)المعرفة بـــ : $\begin{cases} u_0=4 \\ u_{n+1}=f(u_n);/n\in IN \end{cases}$

1) علم على المنحني (C_f) النقط التي فواصلها : u_0,u_1,u_2,u_3 مستعينا بالمستقيم (Δ) و مبرزا خطوط الإنشاء .

2) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها .

3) برهن على أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، فإن : $0\le u_n\le 4$.

4) أدرس رتابة (u_n)ثم بين أنها متقاربة نحو عدد حقيقي l يطلب حسابه .

التمرين الخامس :(05.5 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على ، كما يلي: $f(x)=1+\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$.

و ليكن (C_f)تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

I. 1- أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم عين المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f) .

2- أحسب : $f(-x)+f(x)$ ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى (C_f) ؟ .

3- أكتب معادلة المماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة 0 ثم أدرس وضعية (C_f)مع (T). ماذا تستنتج ؟ .

4- بين أن المنحنى (C_f)يقطع المستقيم (Δ) ذو المعادلة : $y=x$ في نقطة فاصلتها α حيث: $1\le\alpha\le 2$.

5 - أنشئ (T) و (Δ) و (C_f) .

6- أحسب $A(\alpha)$ مساحة الحيز للمستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات ذات المعادلات : $y=x$ و $x=\dfrac{1}{2}$ و $x=\alpha$. ثم لون هذه المساحة في التمثيل البياني .

II. لتكن الدالة h المعرفة على ، كما يلي : $h(x)=1+\dfrac{|x|}{\sqrt{x^2+1}}$. و ليكن (γ) تمثيلها البياني .

1- أدرس استمرارية وقابلية الاشتقاق للدالة h عند العدد 0 .
2- أدرس شفعية الدالة h ثم استنتج كيفية لرسم (γ) انطلاقا من رسم (C_f) ثم أنشئه.

نتمنى لكم النجاح في شهادة البكالوريا