الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية **مـــديرية التربية لولاية سعيـــــــــــــــدة**

امتحان البكالوريا التجريبي دورة ماي 2015 **المؤسسة: ثانوية حمري بوزيان المستوى : نهائي علوم تجريبية**

هونـــــــــــت

اختبار في مادة الرياضيات **المــدة : 03 ساعات**

على المترشح أن يختار احد الموضوعين

الموضوع الأول: (20 نقطة)

التمرين الأول : (05.5 نقط)

المستوي المركب مزود بمعلم متعامد ، متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$، نعتبر النقطتان B, A و C ذات اللاحقات $z_A = 1+i$ ، $z_B = \sqrt{3}-i$ و $z_C = 4$.

1. أكتب الأعداد المركبة التالية z_A ،z_B و $\frac{z_A}{z_B}$ على شكل المثلثي، ثم استنتج الشكل الأسي .

أكتب العدد المركب $\frac{z_A}{z_B}$ على شكله الجبري ، ثم استنتج القيم المضبوطة لـــ : $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$

2. أوجد قيمة العدد الطبيعي n بحيث يكون $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n = ---i-$ ، أحسب : $\left(\sqrt{2}\,\frac{z_A}{z_B}\right)^{\frac{1436}{5}}$.

3. ليكن التحويل النقطي S الذي يرفق بكل النقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$ حيث : $z' = \frac{\sqrt{2}}{2}e^{i\frac{5\pi}{12}}z$.

   حدد طبيعة التحويل النقطي S و عناصره المميزة.

4. أ) أوجد المجوعة (Γ_1) لنقط $M(z)$ من المستوي و التي تحقق : $z = z_c + 2e^{i\theta}$ لما θ تمسح ، .

   ب) أوجد المجموعة (Γ_2) لنقط $M(z)$ من المستوي والتي تحقق : $Arg(z-z_c) = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$.

5. أوجد صورة (Γ_1) بالتحويل النقطي S ، استنتج مساحتها .

التمرين الثاني : (05.5 نقط)

الفضاء منسوب إلى معلم ، متعامد ، متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، نعتبر النقط $A(-1,-3,3)$ ، $B(-3,-2,1)$ و $C(1,5,6)$

و المستقيمان : $(\Delta):\begin{cases} x = -1-2t \\ y = -3+t \\ z = 2-t \end{cases} \quad (t \in IR)$ و $(d):\begin{cases} x = -t' \\ y = -4t'+1 \\ z = -2t'+4 \end{cases} \quad (t' \in IR)$

1. بين أن المستقيمان (d) و (Δ) يتقاطعان ، أوجد إحداثيات النقطة D تقاطع المستقيمين .
2. تحقق أن : $B \in (\Delta)$ و $C \in (d)$، ثم بين أن المثلث BCD قائم.
3. أكتب المعادلة الديكارتية للمستوي (P) المعرف بالمستقيمين (d) و (Δ) .
4. تحقق أن المستوي $(Q): -4x+y-1=0$ معرف بالمستقيم (d) و النقطة A

---

5. ليكن α عدد حقيقي والنقطة G من الفضاء .

أ) عين شرطا على العدد الحقيقي α بحيث تكون النقطة G مرجح للجملة المثقلة $\{(B,\alpha);(C,-2\alpha);(D,5)\}$.

ب) أوجد إحداثيات النقطة G من أجل $\alpha=-1$.

6. عين المجموعة (S) للنقط M من الفضاء بحيث : $5\,GM^{2}=36$.

7. ما هي الأوضاع النسبية : أ) بين المستوي (Q) و المجموعة (S) .

ب) بين المستوي (P) و المجموعة (S) .

التمرين الثالث : (09 نقط)

الجزء الأول: f الدالة عددية معرفة على ، كما يلي : $f(x)=1-\frac{1}{2}x-\frac{2}{e^{x}+1}$ ؛ (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. تحقق أنه من اجل كل x من ، : $\frac{1}{e^{-x}+1}=1-\frac{1}{e^{x}+1}$.ثم استنتج أن f فردية.

2. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

3. أ) بين أنه من اجل كل x من ، : $f'(x)=-\frac{1}{2}\left(\frac{e^{x}-1}{e^{x}+1}\right)^{2}$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f على ، ، ثم شكل جدول تغيراتها.

ج) استنتج أنه من اجل كل x من $^{+}$ ، : $1-\frac{2}{e^{x}+1}\le\frac{1}{2}x$.

4. احسب : $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(1-\frac{1}{2}x)\right]$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

5. ارسم المستقيم ذو المعادلة $y=1-\frac{1}{2}x$ و المنحنى (C_f) على ، .

6. تحقق أنه من اجل كل x من ، : $\frac{e^{-x}}{e^{-x}+1}=\frac{1}{e^{x}+1}$. ثم احسب $\int_{-1}^{0}\frac{1}{e^{x}+1}dx$.

7. أحسب مساحة الحيز المستوي المحصور بين المنحنى (C_f) و محور الفواصل و المستقيمين الذين معادلتيهما: $x=-1$ و $x=0$.

الجزء الثاني: لتكن (U_n) متتالية معرفة على ¥ بالعلاقة التراجعية : $\begin{cases} U_0=1. \\ U_{n+1}=1-\frac{2}{e^{U_n}+1} \end{cases}$

1. برهن بالتراجع أنه من اجل كل عدد طبيعي n : $U_n>0$.

2. باستعمال السؤال 3.ج .من الجزء الأول: تحقق أنه من اجل كل عدد طبيعي n ، $U_{n+1}\le\frac{1}{2}U_n$.

3. استنتج اتجاه تغير المتتالية (U_n).

4. بين أنه من اجل كل عدد طبيعي n : $U_n \le \left(\frac{1}{2}\right)^n$ ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$.

الموضوع الثاني: (20 نقطة)

التمرين الأول : (05 نقط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. نعتبر النقطتين $A\,;B$ التي لاحقتهما على الترتيب :

$Z_A = (\sqrt{3}+1)+(\sqrt{3}-1)i$ ، $Z_B = (\sqrt{3}-1)+(\sqrt{3}+1)i$.

1/ أ) أكتب العدد : $Z_C = Z_A + Z_B$ على شكله الأسي .

ب) بين أن العدد : Z_C^{2016} عدد حقيقي موجب .

2/ أ) تحقق أن : $Z_A^2 = 4(\sqrt{3}+i)$ و $Z_B = i\overline{Z_A}$.

ب) أكتب علي الشكل المثلثي العدد Z_A^2 .

جـ) بين أن : $|Z_A| = |Z_B|$ و $\arg(Z_A)+\arg(Z_B) = \frac{\pi}{2}+2k\pi$ ،واستنتج شكل أسي لكل من Z_A و Z_B .

3/ أ) عين قيس بالراديان للزاوية : $(\overrightarrow{OA}\,;\overrightarrow{OB})$.

ب) استنتج طبيعة المثلث OAB .

4/ حدد مجموعة النقط $M(Z)$ التي تحقق : $|Z-Z_A| = |Z-Z_B|$.

التمرين الثاني : (04 نقط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o\,;\vec{i}\,;\vec{j}\,;\vec{k}\,)$ نعتبر النقط : $A(1\,;4\,;-5)$ ، $B(3\,;2\,;-4)$ ، $C(5\,;4\,;-3)$ ، $D(-2\,;8\,;4)$ و $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\5\\-1\end{pmatrix}$ شعاع من الفضاء .

1/ بين أن : $x-2z-11=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

2/ حدد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (T) الذي يشمل النقطة D و $\vec{u}$ شعاع توجيه له .

3/ (P) مستوي معادلته الديكارتية : $x-y-z=7$.

أ) بين أن المستويان (ABC) و (P) يتقاطعان وفق مستقيم (Δ) معرف بـ: $\frac{x-11}{2} = y-4 = z$.

ب) أثبت أن المستقيمان (T) و (Δ) ليسا من نفـ/س المستوي .

4/ لتكن النقطتان : $E(3\,;0\,;-4)$ و $F(-3\,;3\,;5)$.

أ) تحقق من أن E و F من المستقيمين (Δ) و (T) على الترتيب.

ب) بين أن (EF) عمودي على كل من (Δ) و (T) .

5/ (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء بحيث : $\overrightarrow{ME}.\overrightarrow{FE}=\alpha$ حيث α عدد حقيقي .

أ) حدد المعادلة الديكارتية لـ (Γ) بدلالة α ، ثم عين طبيعة المجموعة (Γ) .

ب) عين قيمة α حتى يكون (Γ) مستوي محوري للقطعة $[FE]$.

التمرين الثالث : (04 نقط)

1/ f دالة عددية معرفة على المجال $]-\infty;6[$ كما يأتي : $f(x)=\frac{9}{6-x}$ و (C_f) منحناها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$. (وحدة الأطوال $2cm$) .

أدرس تغيرات الدالة f و شكل جدول تغيراتها ثم أنشئ (C_f) في المعلم .

2/ نعتبر المتتالية نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بــ : $U_0=-3$ و $U_{n+1}=f(U_n)$.

أ) باستخدام (C_f) و المستقيم ذو المعادلة $y=x$ مثل على محور الفواصل الحدود U_0, U_1 و U_2 دون حسابها مبرزا خطوط الرسم .

ب) ما تخمينك حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) و تقاربها ؟

3/ أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n<3$.

ب) أدرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) .

جـ) استنتج أن (U_n) متقاربة و حدد نهايتها .

4/ نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بــ : $V_n=\frac{1}{U_n-3}$

أ) بين أن (V_n) متتالية حسابية يطلب تحديد أساسها و حدها الأول .

ب) أكتب عبارة الحد العام V_n و عبر عن U_n بدلالة V_n ، ثم استنتج نهاية المتتالية (U_n) .

التمرين الرابع : (07 نقط)

نعتبر الدالة f معرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يأتي : $f(x)=(lnx)(-2+lnx)$ و (C_f) منحناها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$.

1/ أحسب $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2/ أ) أدرس اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول التغيرات .

ب) بين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف I يطلب تعيين إحداثياتها .

جـ) عين معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 1 .

3/ أ) عين قيم الوسيط m التي تقبل من أجلها $f(x)=m$ حلولا .

ب) ليكن e^{α} حل للمعادلة $f(x)=m$. برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي β يحقق : $\alpha+\beta=2$ يكون e^{β} أيضا حل للمعادلة $f(x)=m$.

جـ) أحسب $f(e^2)$ و استنتج $f(1)$.

4/ أرسم (Δ) و (C_f) .

5/ أ) تحقق أن : $x^2f''(x)+xf'(x)-2=0$.

ب) بين أن الدالة : $x\longmapsto xf(x)-x^2f'(x)+2x$ دالة أصلية للدالة f على المجال $]0;+\infty[$.

نتمنى لكم النجاح في شهادة البكالوريا